

Dinkar Mudhedkar

Naney 1962

T H E S E S

présentées à la Faculté des Sciences

de l'Université de Nancy

pour obtenir le titre de DOCTEUR de l'Université de Nancy

Mention "Sciences"

par

Dinkar MUKHEDKAR

Bachelor of Electrical Engineering, Université

d'Osmonia - INDE

Boursier du Gouvernement Français

1ère THESE : ETUDE DES MICROALTERNATEURS.

2ème THESE : PHYSIQUE DE LA FOUDRE.



Soutenues le 12 Juillet 1962

devant la Commission d'Examen

Président : M. A. FRÜHLING.

Examineurs : MM. E. CUDEFIN

P. HORN

1962

Doyen : M. ROUBAULT

Assesseur : M. AUBRY

Doyens honoraires : MM. CORNUBERT, DELSARTE, URION

Professeurs honoraires : MM. GUTTON, CROZE, RAYBAUD, LAFFITTE, LERAY, JOLY, LAPORTE, EICHHORN, CAPELLE, GODEMENT, DUBREIL, L. SCHWARTZ, DIEUDONNE, de MALLEMANN, LONGCHAMBON, LETORT, DODE, GAUTHIER, GOUDET, OLMER, CORNUBERT, GUERIN, CHEVALLIER.

Maîtres de Conférences honoraires : MM. RAUX, LIENHART.

PROFESSEURS

MM.			
URION	Chimie biologique	LIONS	M. M. P.
DELSARTE	Analyse supérieure	SUHNER	Physique expérimentale
ROUBAULT	Géologie	HILLY	Géologie
VEILLET	Biologie animale	LE GOFF	Génie chimique
ECHEVIN	Botanique	CHAPON	Chimie biologique
BARRIOL	Chimie théorique	HEROLD	Chimie industrielle
BIZETTE	Physique	SCHWARTZ	Exploitation minière
GUILLIEN	Electronique	GAYET	Physiologie
GIBERT	Chimie physique	MANGENOT	Phytopathologie
HERVE	Calcul dif. et intégr.	MALAPRADE	Chimie
LEGRAS	Mécanique rationnelle	HADNI	Physique
DAVID	Chimie organique	DELAMARE-DEBOUTTEVILLE	Zoologie
BOLFA	Minéralogie	BONVALET	Mécanique Physique
NICLAUSE	Chimie	Mme ROIZEN	Physique
FAIVRE	Physique appliquée	KERN	Minéralogie
AUBRY	Chimie minérale	BASTICK	Chimie
DUVAL	Chimie	DUCHAUFOR	Pédologie
COPPENS	Radiogéologie	NEEL	Chimie industrielle et organique
FRUHLING	Physique		

MAITRES DE CONFERENCES

MM.			
WERNER	Botanique	VUILLAUME	Psychophysiologie
GARNIER	Agronomie	PLAN	Mécanique physique
REGNIER	Psycho-chimie	Mme BASTICK	Chimie M. P. C. (Epinal)
WEPPE	Minéralogie appl.	GUDEFIN	Physique
BERNARD	Géologie	HORN	Physique
RENARD	Physique nucl. et théor.	CERF	Mathématiques générales
CONDE	Zoologie	FRENTZ	Biologie animale
GOSSE	Génie chimique	Mme HERVE	Math. (Propédeutique)
CHAMPIER	Physique	AUROUZE	Paléontologie
GAY	Chimie biologique	FELDEN	Physique M. P. C. (Epinal)
ROCCI	Géologie		

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

MM.			
MARI	Chimie (ISIN)	EYMARD	Math. (Propédeutique)
LAFON	Physique (ISIN)	DANYSZ	Mécanique phys. (ISIN)

विद्याञ्चाविद्याञ्च यस्तद्वैदोभयम् सह ।

अविद्यया मृत्युं तीर्त्वा विद्ययाऽमृतमश्नुते ॥ ३१ ॥

— ईशा - उपनिषत्

Connaissance et ignorance, celui qui connaît cela comme les deux à la fois, par l'ignorance ayant franchi la mort, par la connaissance, il jouit de l'immortalité.

L'ISHA UPANISHAD

A ma famille,

TABLE DES MATIERES

1. Avant-propos
 2. Sommaire
 3. Les microalternateurs
 4. Les appareils de mesure
 5. Théorie générale de la machine synchrone non saturée
 6. Court-circuit symétrique
 7. Résultats et conclusion
 8. Bibliographie
-

Digitized by the Internet Archive
in 2026

AVANT-PROPOS

Ce travail, qui a été effectué à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique de l'Université de Nancy, est un résultat du vif encouragement de Monsieur le Directeur R. GUILLIEN, et de Monsieur le Professeur A. FRÜHLING.

Après avoir exprimé ma volonté de travailler, Monsieur GUILLIEN m'a procuré une aide financière. Qu'il trouve ici mes vifs remerciements. Après avoir accepté ma candidature, Monsieur FRÜHLING n'a cessé de m'aider et de m'encourager dans tous les domaines. Je le remercie très vivement, ainsi que Monsieur le Professeur E. GUDEFIN pour les conseils qu'il m'a prodigués.

Je remercie Messieurs DUNSTETTER, HUSSON et TEYSSONNEYRE pour les discussions intéressantes que j'ai eu avec eux.

Je remercie également Madame NOUVIAN qui a tapé cette Thèse, ainsi que Mademoiselle KUBLER qui m'a aidé dans les questions administratives, de même que Messieurs YVROUD, LARAGE, KOSICHI, LELONGE, et Madame TAUVERON.

SOMMAIRE

Le but du présent travail est d'étudier les MICROALTERNATEURS.

Pour faciliter l'exposé, dans un premier chapitre nous étudierons les microalternateurs ; le deuxième chapitre est consacré aux appareils de mesure. Le troisième consiste en un rappel concernant la théorie générale matricielle d'une machine synchrone, le quatrième chapitre donnant une théorie approchée d'un court-circuit symétrique. Le dernier expose les résultats obtenus et la conclusion tirée.

CHAPITRE I

LES MICROALTERNATEURS

Beaucoup de problèmes de réseaux s'étudient à l'aide de schémas équivalents électriques. Ces schémas comportent généralement un certain nombre de "mailles" dans lesquelles il s'agit de déterminer la répartition des tensions et des courants. Cette détermination est facile (lois de KIRCHHOFF) pour des schémas simples, mais il n'en est plus de même quand le nombre des mailles croît, car on est alors conduit à résoudre un nombre de plus en plus grand d'équations linéaires simultanées à coefficients complexes.

Les analyseurs à courant alternatif peuvent résoudre ce problème. Ils consistent essentiellement en une représentation matérielle par des résistances, inductances, capacités et tensions monophasées (produits avec l'amplitude et la phase convenables) des différentes mailles des schémas électriques auxquels le problème considéré a été réduit ; on peut alors déterminer les grandeurs électriques intéressantes aux divers points du schéma par des mesures effectuées sur sa représentation matérielle équivalente.

Les schémas équivalents ne sont généralement valables qu'à un instant bien déterminé (ou pour une très courte durée). L'analyseur à courant alternatif qui représente ces schémas étant un appareil essentiellement statique, ne permet pas l'étude directe dans son ensemble des phénomènes transitoires.

L'analyseur à courant alternatif permet cependant dans une certaine mesure l'étude des phénomènes transitoires, mais par voie indirecte en opérant par une succession de figurations dans lesquelles on fait varier de façon discontinue les éléments du schéma équivalent généralement simplifié d'ailleurs). C'est ainsi que l'on procède par exemple pour les études de stabilité de réseaux.

.../...

Par ailleurs, la méthode d'étude des phénomènes transitoires par figuration successive n'est valable que pendant un laps de temps très court après l'apparition de la perturbation et ceci indépendamment du nombre de figurations choisies.

En conclusion, il apparaît qu'un certain nombre de problèmes de réseaux et plus particulièrement les phénomènes transitoires qui mettent en jeu les oscillations des machines et l'action des divers régulateurs sont souvent très difficiles et même impossibles à résoudre au moyen des analyseurs statiques à courant alternatif par suite de la longueur des calculs (grand nombre de paramètres caractérisant le réseau, les machines et les caractéristiques de leurs systèmes de régulation) et de la difficulté de trouver pour ces problèmes des schémas équivalents valables avec suffisamment de précision (principalement pour la représentation des machines et de leurs divers régulateurs).

L'idée de microréseau est née des méthodes de similitudes. Le microréseau est un modèle réduit comportant des éléments tournants (micro-alternateurs triphasés, microturbine, groupe d'excitation, charges tournantes) et des éléments fixes (microtransformateurs, lignes, charges statiques, etc.) qui doivent satisfaire à des lois de similitude bien déterminées par rapport aux éléments correspondants d'un réseau réel ; on réalise sur ce modèle réduit la perturbation dont on veut étudier les effets sur le réseau réel et l'on enregistre les différentes grandeurs intéressantes. C'est une représentation électromécaniquement semblable des machines et des éléments du grand réseau à étudier. Le microréseau, valable à la fois en régime statique et en régime transitoire, se présente donc comme un modèle réduit, un modèle dynamique de réseau.

Pour être à même de constituer le microréseau, il fallait donc :

1) - Etablir les lois de similitude tant électriques que mécaniques qu'il convenait de réaliser entre les éléments tournants et fixes d'un réseau réel et les éléments homologues du microréseau.

.../...

2) - Réaliser les dispositifs permettant de respecter les lois de similitude précédentes en ne mettant en jeu que des machines tournantes de puissance faible.

Conditions de similitude à satisfaire.
.....

Les divers éléments du microréseau homologues des éléments correspondants du grand réseau doivent satisfaire simultanément à des conditions de natures différentes.

a) Conditions électriques.

Egalité des réactances des circuits homologues, ces réactances étant exprimées en valeur réduite. Egalité des constantes de temps électriques des circuits homologues.

b) Conditions magnétiques.

Identité des caractéristiques partielles homologues des divers circuits magnétiques en référant ces caractéristiques à un flux correspondant à la tension nominale à vide et aux ampères-tours d'entrefer relatifs à cette tension.

c) Conditions mécaniques.

Egalité des constantes d'inertie homologues des groupes tournants.

Identité des caractéristiques couple-vitesse du microgroupe et du groupe réel.

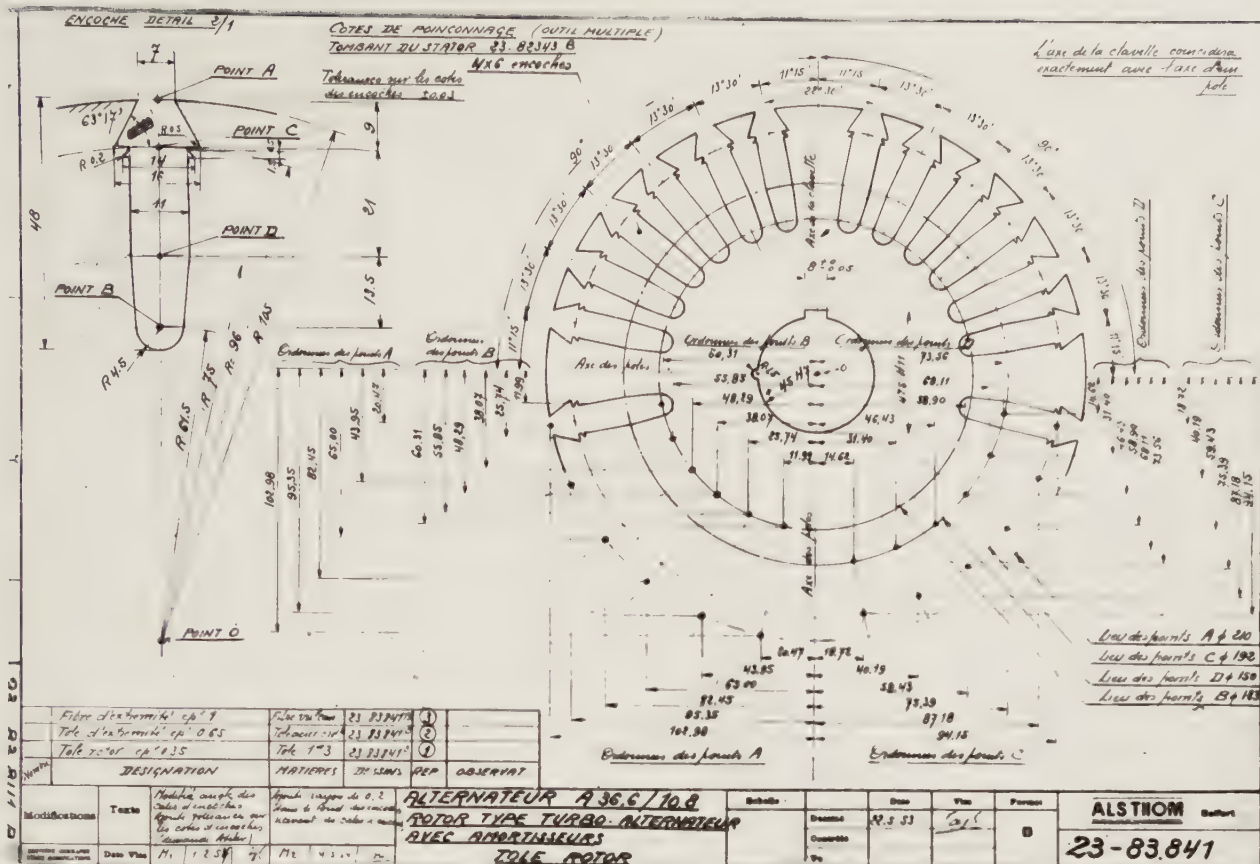
Les lois précédentes sont valables pour une même fréquence de fonctionnement du réseau réel et du microréseau.

En respectant autant que possible toutes ces conditions, l'Electricité de France a réalisé un microréseau avec la collaboration de la Société Alsthom.

Le domaine d'emploi du microréseau est le suivant :

1. Problèmes de stabilité concernant des réseaux bien déterminés.
2. Etude des caractéristiques à donner aux machines.
3. Etude de phénomènes transitoires divers.
4. Mise au point sur modèle réduit de dispositifs nouveaux ou dispositions d'exploitation nouvelles intéressant le fonctionnement du réseau.
5. Etude concernant les réseaux de distribution.

.../...



Le schéma n° 23.83.840 montre les profils de tôles à pôles saillants, et le schéma n° 23.83.841 les profils de tôles à pôles lisses. Ces profils ont été réalisés par une étude convenable des formes des circuits magnétiques de la micromachine pour avoir les conditions de similitude magnétique.

Les entrefers sont aussi réduits que possible de façon à réaliser une constante de temps propre de l'inducteur aussi grande que possible.

Le schéma n° 23.101.132 est celui de la coupe d'une machine.

Nous nous sommes proposé la détermination des réactances d'un microalternateur, après avoir fait la théorie matricielle du régime permanent et de la mise en court-circuit symétrique.

CHAPITRE II

LES APPAREILS DE MESURE

On s'est servi des appareils de mesure suivants :

1. Ampèremètre - Constructeur : CHAUVIN ARNOUX

N° 18919-3/25 . Précision : 0,5 % . CA/CC

N° 35.55.06-23/25. Précision : 0,5 %. CA/CC

2. Voltmètre - Constructeur : CHAUVIN ARNOUX

N° 354781-13/25 . Précision : 0,5 %

3. Wattmètre astatique - Constructeur : CHAUVIN ARNOUX

N° 17501-6/25 . Précision : 0,5 %.

Le déphasage entre la tension induite et la tension aux bornes de la machine est mesuré par un déphaseur électronique.

PHASEMETRE ELECTRONIQUE

Le "Central Electricity Board" (C.E.B.) d'Angleterre a développé un phasemètre électronique pour étudier le problème de la stabilité d'un réseau. En se servant du même principe, un phasemètre est construit pour étudier les variations du décalage rotorique.

Mode d'opération (Fig. 1)

L'enregistreur utilisé est un millivoltmètre. Le phasemètre est rendu insensible aux variations des amplitudes en envoyant les signaux carrés à l'entrée.

.../...

Les deux tensions V_0 (référence) et V_1 (inconnue) proviennent l'une d'une dynamo tachymétrique, l'autre de la tension aux bornes de la machine.

La tension V_0 est déphasée, puis appliquée au primaire d'un transformateur. Les deux sorties du transformateur (2) en opposition de phase passent dans un générateur de signaux carrés (étages 3 et 4). La tension V_1 passe dans un générateur de signaux carrés (étage 5). Les tensions nominales sinusoïdales envoyées aux étages 3, 4 et 5 étant de l'ordre de 75 Volts efficaces. Puisqu'il n'y a pas de couplage RC dans les étages du générateur de signaux carrés, des brusques variations de la tension d'entrée ne peuvent influencer les niveaux des signaux de sortie.

Les signaux carrés de sortie S_0 et S_1 des étages 3 et 5 sont mélangés dans l'étage 6 pour produire un signal rectangulaire. Le facteur de remplissage qui est déterminé par le déphasage correspondant entre S_0 et S_1 est montré par la figure 2. De même, la sortie S'_0 (qui est en opposition de phase avec S_0) est mélangée avec S_1 dans l'étage mélangeur 7).

Pour éliminer un déséquilibre quelconque dans les étages du générateur de signaux carrés, les sorties du mélangeur sont contrôlées en se servant d'une tension de référence commune avant d'être comparées.

Les signaux carrés du limiteur ont une amplitude positive et négative de 200 Volts et 150 Volts, et une durée positive et négative de 90° et 270° d'un cycle d'entrée pour les conditions initiales de V_0 et V_1 en quadrature.

Les valeurs moyennes du C.C. de sortie de ces deux limiteurs seraient alors égales. Si le déphasage entre V_0 et V_1 varie de θ , les valeurs moyennes du C.C. de sortie du limiteur ne seront pas égales, car les durées positive et négative seront $(90 + \theta)$ et $(270 - \theta)$ pour l'un, et de $(90 - \theta)$ et $(270 + \theta)$ pour l'autre. La valeur moyenne du C.C. d'un limiteur sera augmentée et l'autre sera réduite. La différence entre les deux sorties sera proportionnelle à θ .

.../...

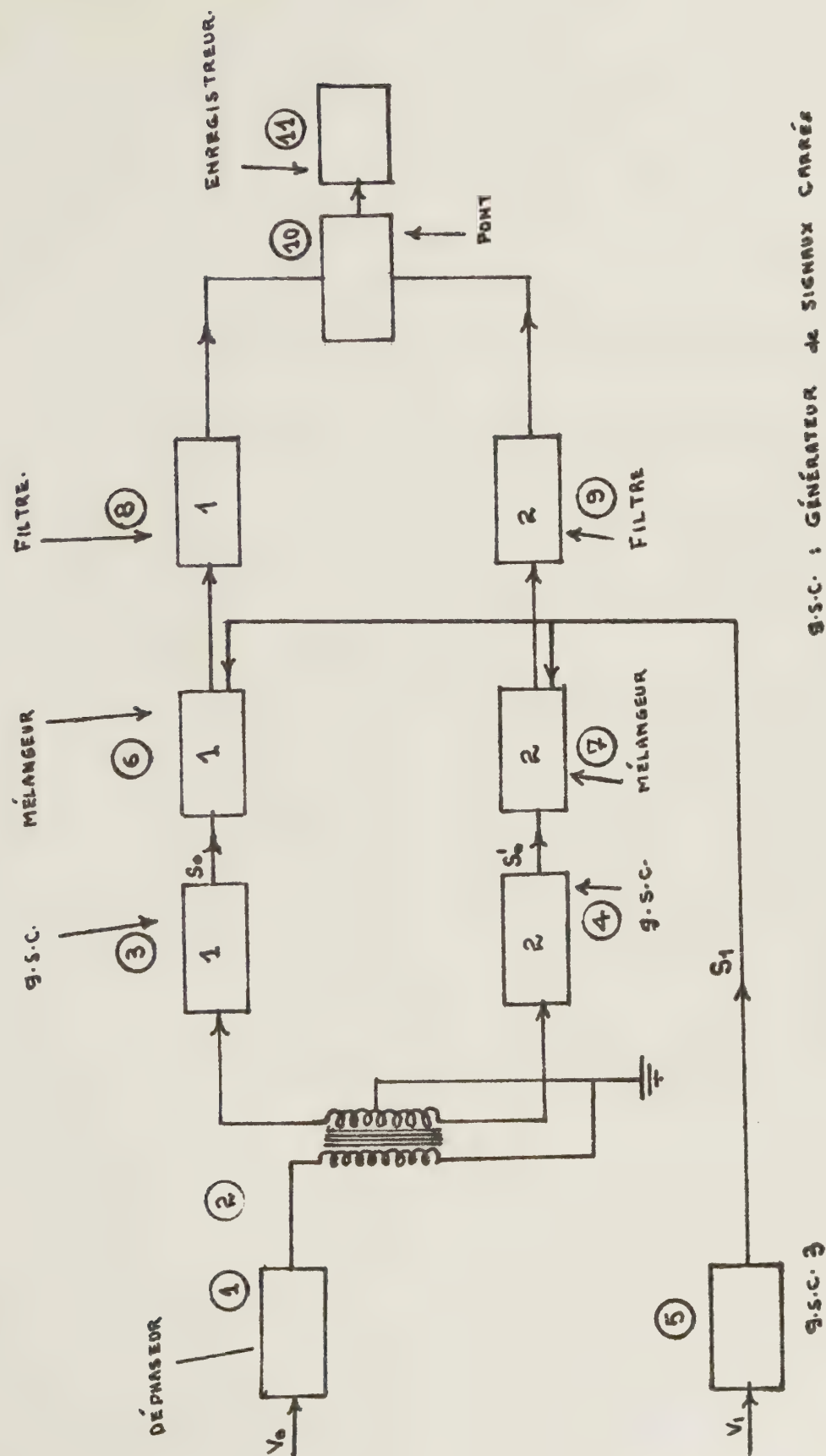
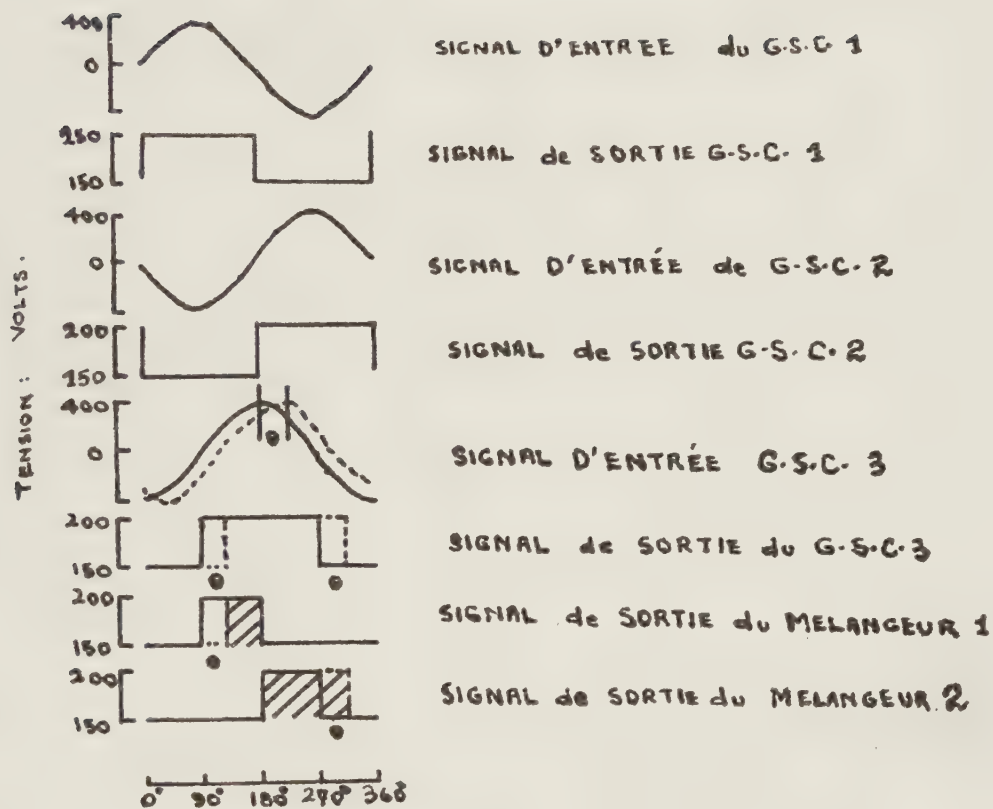


Fig : 1



G.S.C.: GÉNÉRATEUR de SIGNAUX CARRÉS

Fig: 2

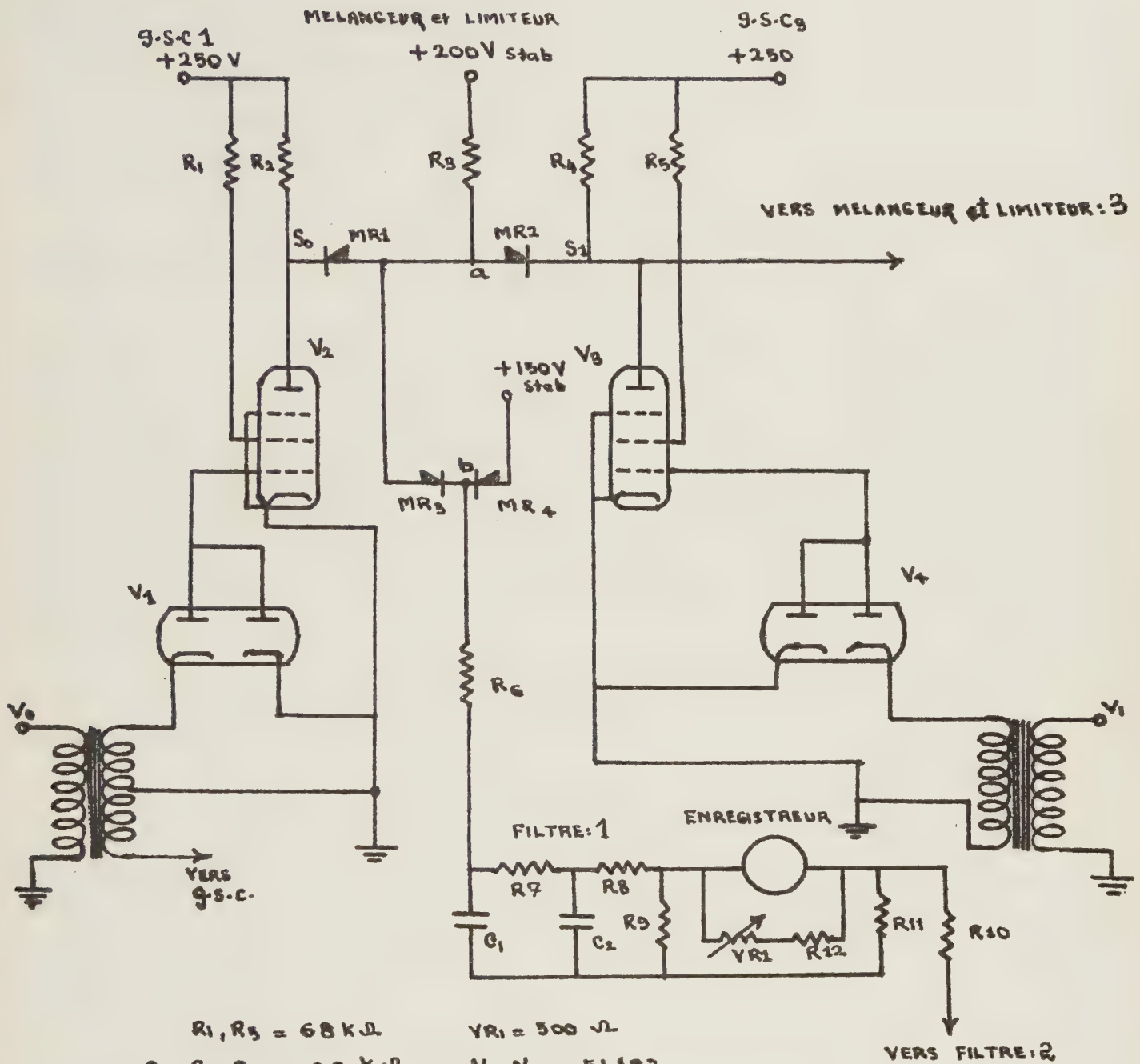


Fig: 3

La déviation de l'enregistreur est donc proportionnelle au déphasage entre les deux tensions avec la condition initiale d'être en quadrature. Puisque la déviation est linéaire, les conditions initiales ne nous gênent pas, car on peut toujours amener l'aiguille au zéro avant de s'en servir. Les mesures sont indépendantes de la fréquence, comme la déviation est proportionnelle au déphasage.

Le fonctionnement de la moitié de l'instrument est expliqué en détail par la figure 3.

Le signal d'entrée est appliqué à la grille de la lampe V_2 à travers l'une des diodes d'une double diode (V_1). Le signal d'entrée est appliqué à la lampe V_1 par l'intermédiaire d'un transformateur symétrique au potentiel de la cathode. Pendant la demi-période positive, la lampe conduit ; la grille est maintenue au potentiel de la cathode par la deuxième diode de V_1 et la première diode est bloquée. Pendant la demi-période négative, la lampe ne conduit plus, et la tension anodique de forme carrée est par conséquent une onde carrée d'amplitude 200 Volts.

Un deuxième signal carré va apparaître à l'anode de V_3 et le déphasage correspondant est indiqué par la figure 2.

Lorsque V_2 et V_3 ne conduisent pas, la tension anodique croît jusqu'à 250 Volts. Le point commun "a" des redresseurs MR_1 et MR_2 atteint le potentiel de 200 Volts et ces redresseurs s'éteignent.

Alors, le redresseur MR_3 conduit et MR_4 ne conduit pas, le point "b" étant au potentiel 200 Volts.

Si l'une des deux lampes V_2 et V_3 conduit (par exemple : V_2 conduit), le redresseur MR_1 va créer au point "a" un potentiel de 50 Volts, et MR_3 ne conduit pas ; le point "b" sera au potentiel 150 Volts. La forme d'onde en ce point sera de forme carrée, dont la valeur moyenne C.C. dépendra du facteur de remplissage. Ce facteur à son tour dépend du déphasage entre les signaux d'entrée.

.../...

Une fraction connue de la valeur moyenne C.C. au point "b" est appliquée à l'enregistreur par un atténuateur formé de R_6 , R_7 , R_8 et R_9 .

Les capacités C_1 et C_2 suppriment la composante alternative de la tension.

Le deuxième canal joue le même rôle avec la lampe V_3 commune aux deux canaux. La tension continue est fournie par le second canal correspondant à "c" et "d" et la tension différentielle "c" et "d" est appliquée à l'enregistreur.

Le chronostarter (Type ASP 57) et l'oscillographe (OC727) qui ont été fabriqués par "CONSTRUCTIONS RADIOELECTRIQUES ET ELECTRONIQUES du CENTRE" nous ont permis d'enregistrer les phénomènes transitoires dans la machine synchrone.

CHAPITRE III

THEORIE GENERALE DE LA MACHINE SYNCHRO NE

NON SATUREE

1°) Equations de fonctionnement.

Considérons une machine synchrone bipolaire, triphasée, non saturée, dont le rotor porte un circuit d'amortisseur suivant l'axe direct et un autre suivant l'axe transversal (Fig. 1).

On peut écrire les équations des tensions

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} e_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{fd} & 0 & 0 \\ 0 & r_{ld} & 0 \\ 0 & 0 & r_{lq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 \\ 0 & 0 & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{fd} \\ \psi_{ld} \\ \psi_{lq} \end{bmatrix} \quad (2)$$

où on a

e = tension aux bornes de l'enroulement

i = courant dans l'enroulement

$p = \frac{d}{dt}$ (t = temps)

ψ = flux total à travers un enroulement

.../...

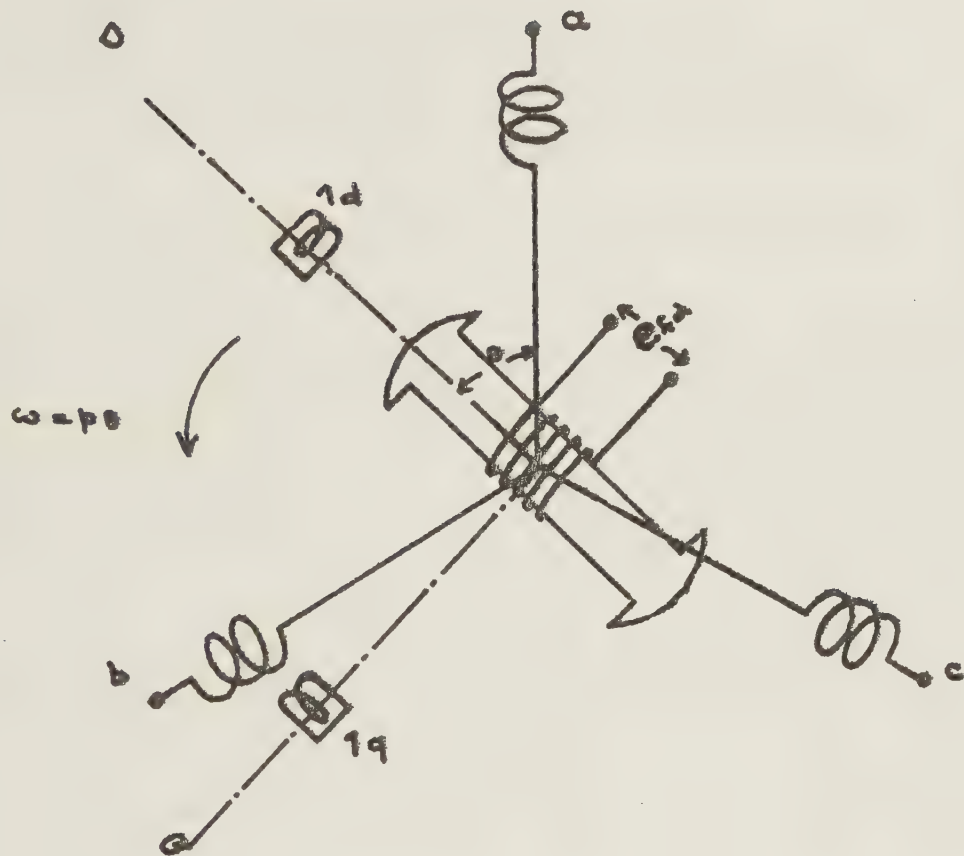


Fig. 1

et où les indices ont les significations suivantes :

a = phase a

b = phase b

c = phase c

fd = circuit d'inducteur suivant l'axe direct

ld = circuit d'amortisseur suivant l'axe direct

lq = circuit d'amortisseur suivant l'axe transversal.

Les équations générales qui donnent le flux sont :

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{aa} & -x_{ab} & -x_{ac} \\ -x_{ba} & -x_{bb} & -x_{bc} \\ -x_{ca} & -x_{cb} & -x_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{afd} & x_{ald} & x_{alq} \\ x_{bfd} & x_{bld} & x_{blq} \\ x_{cfd} & x_{cld} & x_{clq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{fd} \\ \psi_{ld} \\ \psi_{lq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{afd} & -x_{fbd} & -x_{fcd} \\ -x_{ald} & -x_{bld} & -x_{cld} \\ -x_{alq} & -x_{lbq} & -x_{lcq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{ffd} & x_{fld} & 0 \\ x_{lfd} & x_{lld} & 0 \\ 0 & 0 & x_{llq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix} \quad (4)$$

où la lettre x représente l'inductance propre ou mutuelle, et les indices correspondent aux enroulements. Les termes nuls traduisent l'absence de couplage entre les circuits suivant les axes direct et transversal respectivement.

2°) Expression des inductances propres et mutuelles.

Nous supposons que la perméance du circuit magnétique relatif à une phase, a par exemple, est fonction sinusoïdale de l'angle θ_a de l'axe de cette phase, avec l'axe rotorique direct. Nous supposons, en outre, que les enroulements statoriques sont répartis sinusoïdalement.

.../...

Inductances propres.

L'inductance propre d'une phase statorique varie périodiquement de la valeur maximum quand l'axe direct (D) - c'est-à-dire l'axe du pôle - est parallèle avec l'axe de cet enroulement, et minimum quand c'est l'axe transversal Q. A cause de la symétrie du rotor, l'inductance doit avoir une période de 180° électriques, et doit être exprimée par une série de cosinus des harmoniques pairs de l'angle.

Avec les hypothèses faites, les deux premiers termes de cette série existent seuls, et on a pour l'inductance propre de la phase a une expression de la forme :

$$x_{aa} = x_{aao} + x_{aa2} \cos 2 \theta_a \quad (5)$$

où

θ_a est l'angle entre l'axe direct D et l'axe de la phase a, mesuré dans le sens de rotation.

De même,

$$\left. \begin{aligned} x_{bb} &= x_{aao} + x_{aa2} \cos 2 \theta_b \\ x_{cc} &= x_{aao} + x_{aa2} \cos 2 \theta_c \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

où

$$\left. \begin{aligned} \theta_a &= \theta \\ \theta_b &= \theta - 120^\circ \\ \theta_c &= \theta + 120^\circ \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Inductances mutuelles des phases de l'armature.

Pour la même raison, les inductances mutuelles entre deux phases de l'armature sont de la forme :

$$\left. \begin{aligned} x_{ab} &= x_{ba} = - \left[x_{abo} + x_{aa2} \cos 2(\theta + 30) \right] \\ x_{bc} &= x_{cb} = - \left[x_{abo} + x_{aa2} \cos 2(\theta - 90) \right] \\ x_{ca} &= x_{ac} = - \left[x_{abo} + x_{aa2} \cos 2(\theta + 150) \right] \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

.../...

Inductance mutuelle entre rotor et stator.

Les inductances mutuelles entre stator et rotor varient sinusoïdalement avec l'angle de rotor si on suppose qu'il en est ainsi de la variation de la perméance. Le maximum est atteint quand $\theta = 0$, lorsque les deux enroulements considérés sont parallèles, tandis qu'on a le minimum pour $\theta = 90^\circ$.

Ainsi, en explicitant les variations en fonction des angles, et avec un changement de notations, on a

$$\left. \begin{aligned} x_{afd} &= x_{fad} = x_{afd} \cos \theta \\ x_{bfd} &= x_{fbd} = x_{afd} \cos(\theta - 120) \\ x_{cfd} &= x_{fcd} = x_{afd} \cos(\theta + 120) \\ x_{ald} &= x_{lad} = x_{ald} \cos \theta \\ x_{bld} &= x_{lbd} = x_{ald} \cos(\theta - 120) \\ x_{cl d} &= x_{lcd} = x_{ald} \cos(\theta + 120) \\ x_{alq} &= x_{laq} = -x_{alq} \sin \theta \\ x_{blq} &= x_{lbq} = -x_{alq} \sin(\theta - 120) \\ x_{clq} &= x_{lcq} = -x_{alq} \sin(\theta + 120) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

3°) Expression des flux.

Compte tenu des expressions précédentes des inductances, les flux introduits par les équations (3) et (4) deviennent :

.../...

b_{Vr}	$b_{11}x$	0	0
p_{Vr}	0	$p_{11}x$	$p_{1f}x$
p_{fr}	0	$p_{1f}x$	$p_{ff}x$

c_r	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x$	$\theta \cos \theta$
q_r	$(\theta_{21} + \theta) \cos \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \sin \theta$
v_r	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \cos \theta$

(11)

+

=

b_{Vr}	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x$	$\theta \cos \theta$
p_{Vr}	$(\theta_{21} + \theta) \cos \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \sin \theta$
p_{fr}	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \cos \theta$

+

c_r	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x$	$\theta \cos \theta$
q_r	$(\theta_{21} + \theta) \cos \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \sin \theta$
v_r	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \cos \theta$

=

c_r	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x + x_{a1} b_{1a} x$	$\theta \cos \theta$
q_r	$(\theta_{21} + \theta) \cos \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \sin \theta$
v_r	$(\theta_{21} + \theta) \sin \theta$	$p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x - x_{a1} p_{1a} x$	$\theta \cos \theta$

La forme de ces expressions, et tout particulièrement des flux de rotor, conduit à introduire les combinaisons

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{2}{3} \left[i_a \cos \theta + i_b \cos (\theta - 120) + i_c \cos (\theta + 120) \right] \\ i_q &= -\frac{2}{3} \left[i_a \sin \theta + i_b \sin (\theta - 120) + i_c \sin (\theta + 120) \right] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

complétées par

$$i_o = \frac{1}{3} (i_a + i_b + i_c)$$

soit encore

$$\begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \cos \theta & \frac{2}{3} \cos (\theta - 120) & \frac{2}{3} \cos (\theta + 120) \\ -\frac{2}{3} \sin \theta & -\frac{2}{3} \sin (\theta - 120) & -\frac{2}{3} \sin (\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (13)$$

avec, inversement,

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 1 & \cos (\theta - 120) & -\sin (\theta - 120) \\ 1 & \cos (\theta + 120) & -\sin (\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (14)$$

On obtient ainsi pour (11)

$$\begin{bmatrix} \psi_{fd} \\ \psi_{ld} \\ \psi_{lq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -x_{afd} & 0 \\ 0 & -x_{afd} & 0 \\ 0 & 0 & -x_{alq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{ffd} & x_{fld} & 0 \\ x_{lfd} & x_{lld} & 0 \\ 0 & 0 & x_{llq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix} \quad (15)$$

.../...

en incluant le facteur $\frac{3}{2}$ dans la nouvelle écriture de x_{afd} , x_{ald} et x_{alq} .

Par analogie avec la définition des grandeurs i_o , i_d et i_q , introduisons les flux ψ_o , ψ_d et ψ_q , définis par

$$\begin{bmatrix} \psi_o \\ \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \cos \theta & \cos(\theta - 120) & \cos(\theta + 120) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120) & -\sin(\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (16)$$

avec une transformation inverse identique à celle des courants. Les flux ψ_d et ψ_q sont les projections du flux résultant suivant les axes direct et transversal, tandis que ψ_o est le flux homopolaire.

En explicitant les valeurs (10) des flux de phase, on obtient pour ψ_o , ψ_d et ψ_q

$$\begin{bmatrix} \psi_o \\ \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{aao} + 2x_{abo} & 0 & 0 \\ 0 & -(x_{aao} + x_{abo} + \frac{3}{2}x_{aa2}) & 0 \\ 0 & 0 & -(x_{aao} + x_{abo} - \frac{3}{2}x_{aa2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ x_{afd} & x_{ald} & 0 \\ 0 & 0 & x_{alq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix}$$

Le circuit équivalent tournant de l'axe direct de l'armature a ainsi comme inductance propre :

$$x_d = x_{aao} + x_{abo} + \frac{3}{2} x_{aa2} \quad \dots \quad (18)$$

tandis que le circuit équivalent tournant de l'axe transversal a comme inductance propre

$$x_q = x_{aao} + x_{abo} - \frac{3}{2} x_{aa2} \quad (19)$$

et que la réactance homopolaire correspondante est

$$x_o = -(x_{aao} - 2x_{abo}) \quad (20) \quad \dots/\dots$$

4°) Tension.

De manière analogue à la précédente, on définit les tensions suivant les axes direct, transversal, et homopolaire suivant

$$\begin{bmatrix} e_o \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \cos \theta & \frac{2}{3} \cos(\theta - 120) & \frac{2}{3} \cos(\theta + 120) \\ -\frac{2}{3} \sin \theta & -\frac{2}{3} \sin(\theta - 120) & -\frac{2}{3} \sin(\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} \quad (21)$$

En explicitant les tensions de phase suivant leur valeur (1), compte tenu des expressions (13) des courants i_o , i_d et i_q , on obtient

$$\begin{bmatrix} e_o \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \cos \theta & \frac{2}{3} \cos(\theta - 120) & \frac{2}{3} \cos(\theta + 120) \\ -\frac{2}{3} \sin \theta & -\frac{2}{3} \sin(\theta - 120) & -\frac{2}{3} \sin(\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p\psi_a \\ p\psi_b \\ p\psi_c \end{bmatrix} \quad (22)$$

Mais, par différentiation, les définitions (16) de ψ_o , ψ_d et ψ_q donnent

$$\begin{bmatrix} p\psi_o \\ p\psi_d \\ p\psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \cos \theta & \frac{2}{3} \cos(\theta - 120) & \frac{2}{3} \cos(\theta + 120) \\ -\frac{2}{3} \sin \theta & -\frac{2}{3} \sin(\theta - 120) & -\frac{2}{3} \sin(\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p\psi_a \\ p\psi_b \\ p\psi_c \end{bmatrix} + \dots$$

$$\dots p\theta \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120) & -\sin(\theta + 120) \\ -\cos \theta & -\cos(\theta - 120) & -\cos(\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} \quad (23)$$

.../...

ou, en remplaçant ψ_a , ψ_b et ψ_c en fonction de ψ_o , ψ_d et ψ_q suivant la relation inverse de (16),

$$\begin{bmatrix} p\psi_o - 0 \\ p\psi_d - \psi_q p\theta \\ p\psi_q + \psi_d p\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \cos \theta & \frac{2}{3} \cos(\theta - 120) & \frac{2}{3} \cos(\theta + 120) \\ -\frac{2}{3} \sin \theta & -\frac{2}{3} \sin(\theta - 120) & -\frac{2}{3} \sin(\theta + 120) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p\psi_a \\ p\psi_b \\ p\psi_c \end{bmatrix} \quad (24)$$

L'équation (22) se réduit dans ces conditions à la forme particulièrement simple

$$\begin{bmatrix} e_o \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & -p\theta \\ 0 & p\theta & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_o \\ \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \quad (25)$$

qui remplace l'équation (1) et qui met en évidence les composantes dynamiques et statiques des f. e. m. induites.

5°) Inductances opérationnelles.

Compte tenu des définitions (18), (19) et (20) des inductances x_o , x_d et x_q , les flux (17) qui interviennent dans l'expression précédente de f. e. m. deviennent

$$\begin{bmatrix} \psi_o \\ \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_o & 0 & 0 \\ 0 & -x_d & 0 \\ 0 & 0 & -x_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ x_{afd} & x_{ald} & 0 \\ 0 & 0 & x_{alq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix} \quad -(26)-$$

.../...

On se propose d'exprimer ces flux (26) en éliminant les courants rotoriques, qu'il est nécessaire de déterminer à partir de la loi d'OHM exprimée en (2) pour le rotor.

Avec l'expression (15) des flux dans le rotor, l'équation (2) devient

$$\begin{bmatrix} e_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{fd} + x_{ffd} p & x_{fld} p & 0 \\ x_{fld} p & r_{ld} + x_{lld} p & 0 \\ 0 & 0 & r_{lq} + x_{llq} p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -x_{afd} p & 0 \\ 0 & -x_{ald} p & 0 \\ 0 & 0 & -x_{alq} p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (27)$$

On en déduit

$$\begin{bmatrix} i_{fd} \\ i_{ld} \\ i_{lq} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} (r_{ld} + x_{lld} p) & -x_{fld} p & 0 \\ -x_{fld} p & r_{fd} + x_{ffd} p & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(r_{fd} + x_{ffd} p)(r_{ld} + x_{lld} p) - x_{fld}^2 p^2}{r_{lq} + x_{llq} p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 0 & x_{afd} p (r_{ld} + x_{lld} p) - x_{ald} x_{fld} p^2 & 0 \\ 0 & x_{ald} p (r_{fd} + x_{ffd} p) - x_{afd} x_{fld} p^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x_{alq} p [(r_{fd} + x_{ffd} p)(r_{ld} + x_{lld} p) - x_{fld}^2 p^2]}{r_{lq} + x_{llq} p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (28)$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta &= (r_{fd} + x_{ffd} p)(r_{ld} + x_{lld} p) - x_{fld}^2 p^2 \\ &= p^2 (x_{lld} x_{ffd} - x_{fld}^2) + p (x_{lld} r_{fd} + x_{ffd} r_{ld}) + r_{ld} r_{fd} \dots \end{aligned} \quad (29)$$

.../...

Dans ces conditions, l'équation (26) devient

ψ_0	0	0	0	e_{fd}
$\psi_d = \frac{1}{\Delta}$	$p(x_{afd} \cdot x_{lld} - x_{ald} \cdot x_{fld}) + r_{ld} x_{afd}$	$-x_{afd} \cdot x_{fld} \cdot p + x_{ald}(r_{fd} + x_{ffd} \cdot p)$	0	0
ψ_q	0	0	$\frac{x_{alq} \cdot p [(r_{fd} + x_{ffd} \cdot p)(r_{ld} + x_{lld} \cdot p) - x_{fld}^2 \cdot p^2]}{r_{lq} + x_{llq} \cdot p}$	0

Δx_0	0	0	i_0
0	$-(\Delta x_d - x_{afd} [x_{afd} \cdot p(r_{lld} + x_{lld} \cdot p) - x_{ald} \cdot x_{fld} \cdot p^2] - x_{ald} [x_{ald} \cdot p(r_{fd} + x_{ffd} \cdot p) - x_{afd} \cdot x_{fld} \cdot p^2])$	0	i_d
0	0	$-\frac{(\Delta x_q - x_{alq}^2 \cdot p [(r_{fd} + x_{ffd} \cdot p)(r_{ld} + x_{lld} \cdot p)]}{r_{lq} + x_{llq} \cdot p}$	i_q

Les grandeurs

$$x_d(p) = x_d - \frac{1}{\Delta} x_{afd} \left[x_{afd} \cdot p(r_{lld} \cdot p) - x_{ald} \cdot x_{fld} \cdot p^2 \right] + x_{ald} \left[x_{ald} \cdot p(r_{fd} + x_{ffd} \cdot p) - x_{afd} \cdot x_{fld} \cdot p^2 \right] \quad (31)$$

et

$$x_q(p) = x_q - \frac{x_{alq}^2 \cdot p}{r_{lq} + x_{llq} \cdot p}$$

sont les inductances opérationnelles suivant les axes direct et transversal qui se réduisent à x_d et x_q pour $p = 0$.

.../...

En posant encore

$$G(p) = \frac{p(x_{afd} \cdot x_{lld} - x_{ald} \cdot x_{fld}) + r_{ld} \cdot x_{afd}}{\Delta} \quad (32)$$

l'équation (30) devient

$$\begin{bmatrix} \psi_o \\ \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ G(p) & -x_{afd} \cdot x_{fld} \cdot p + \frac{x_{ald}(r_{fd} + x_{ffd} \cdot p)}{\Delta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{x_{ald} \cdot p}{r_{lq} + x_{llq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{fd} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x_o & 0 & 0 \\ 0 & -x_d(p) & 0 \\ 0 & 0 & -x_q(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (33)$$

L'expression (25) des tensions s'écrit donc encore

$$\begin{bmatrix} e_o \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & -p\theta \\ 0 & p\theta & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ G(p) e_{fd} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & -p\theta \\ 0 & p\theta & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -x_o i_o \\ -x_d(p) i_d \\ -x_q(p) i_q \end{bmatrix} \quad (34)$$

6°) Application au régime permanent équilibré.

A) - Expression des tensions et des courants. Inductances synchrones.

En régime permanent équilibré,

$$p = 0 \text{ avec } p\theta = j\omega$$

on a donc pour les tensions

$$\left. \begin{aligned} e_o &= 0 \\ e_d &= j x_q \omega i_q - r i_d \\ e_q &= j(G \cdot e_{fd} - x_d i_d) \omega - r i_q \end{aligned} \right\} \quad \dots / \dots \quad (35)$$

avec $G = G(p = 0) = \frac{x_{afd}}{r_{fd}}$ (36)

où $x_d = x_d(p = 0)$ et $x_q = x_q(p = 0)$ sont les inductances synchrones longitudinale et transversale.

À vide, avec $v = 0$, donc $i_q = i_d = 0$, on a

$$\begin{aligned} e_d &= 0 \\ e_q &= j G \omega e_{fd} = E = j \omega x_{afd} i_{fd} \end{aligned} \quad (37)$$

où E est la f. e. m. à vide puisque dans ces conditions, $x_{afd} i_{fd}$ est le flux envoyé par l'inducteur dans l'induit. Les tensions du régime général permanent s'écrivent ainsi

$$\left. \begin{aligned} e_o &= 0 \\ e_d &= j x_q \omega i_q - r i_d \\ e_q &= E - j x_d \omega i_d - r i_q \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Les tensions de phases qui sont de manière générale

e_a	=	1	$\cos \theta$	$-\sin \theta$	e_o
e_b		1	$\cos(\theta - 120)$	$-\sin(\theta - 120)$	e_d
e_c		1	$\cos(\theta + 120)$	$-\sin(\theta + 120)$	e_q

(39)

se réduisent alors à

e_a	= - E	$\sin \theta$
e_b		$\sin(\theta - 120)$
e_c		$\sin(\theta + 120)$

(40)

.../...

Mais lorsque la machine passe de la marche à vide caractérisée par (40), au débit sur un réseau, la tension aux bornes prend le retard δ par rapport à la tension à vide induite par le seul flux inducteur.

On a donc alors

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = -e \begin{bmatrix} \sin(\theta - \delta) \\ \sin(\theta - 120 - \delta) \\ \sin(\theta + 120 - \delta) \end{bmatrix} = e \begin{bmatrix} \sin(\delta - \theta) \\ \sin(\delta - \theta + 120) \\ \sin(\delta - \theta - 120) \end{bmatrix} \quad (41)$$

soit

$$\left. \begin{aligned} e_a &= e \sin \delta \cos \theta - e \cos \delta \sin \theta \\ e_b &= e \sin \delta \cos(\theta - 120) - e \cos \delta \sin(\theta - 120) \\ e_c &= e \sin \delta \cos(\theta + 120) - e \cos \delta \sin(\theta + 120) \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

En comparant ces expressions avec (39), on en déduit

$$\begin{bmatrix} e_o \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} = e \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \delta \\ \cos \delta \end{bmatrix} \quad (43)$$

soit, pour (38)

$$\begin{bmatrix} e \sin \delta \\ e \cos \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r & j x_q \omega \\ -j x_d \omega & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (44)$$

Cette relation donne pour les courants,

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_l} \begin{bmatrix} r & j x_q \omega \\ -j x_d \omega & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix} + \frac{1}{\Delta_l} \begin{bmatrix} -r & -j x_q \omega \\ j x_d \omega & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \sin \delta \\ e \cos \delta \end{bmatrix} \quad (45)$$

avec $\Delta_l = r^2 + x_d \cdot x_q (j\omega)^2$.../...

Dans le cas du court-circuit, $e = 0$, les courants deviennent

$$\left. \begin{aligned} i_d &= \frac{j x_q \omega}{\Delta_l} E \neq \frac{E}{j \omega x_d} \\ \text{et} \quad i_q &= \frac{r E}{\Delta_l} \neq 0 \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

B) - Représentation graphique.

Puisque $e_q = e \cos \delta$, $e_d = e \sin \delta$, e_q et e_d sont les projections de e sur la direction de la tension à vide E et sur la direction **perpendiculaire**, donc sur les directions des axes Q et D . En effet, le flux direct de l'inducteur agissant seul donne la f.e.m. E , en quadrature avance.

Puisque par ailleurs

$$\left. \begin{aligned} E &= e_q + r i_q + j x_d \omega i_d \\ 0 &= e_d + r i_d + j x_q \omega i_q \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

on voit que les courants i_q et i_d sont les projections de i sur les axes Q et D comme le montre la figure 2.

Ainsi, la tension transversale e_q aux bornes est égale à la tension à vide E diminuée de la chute ohmique $r i_q$ relative au courant transversal et de la f.c. e.m. $j x_d \omega i_d$ induite par le courant longitudinal dans la réactance longitudinale. La tension longitudinale est égale à la f.c.e.m. $j x_q \omega i_q$ induite par le courant transversal dans la réactance transversale, augmentée de la chute ohmique longitudinale $r i_d$.

.../...

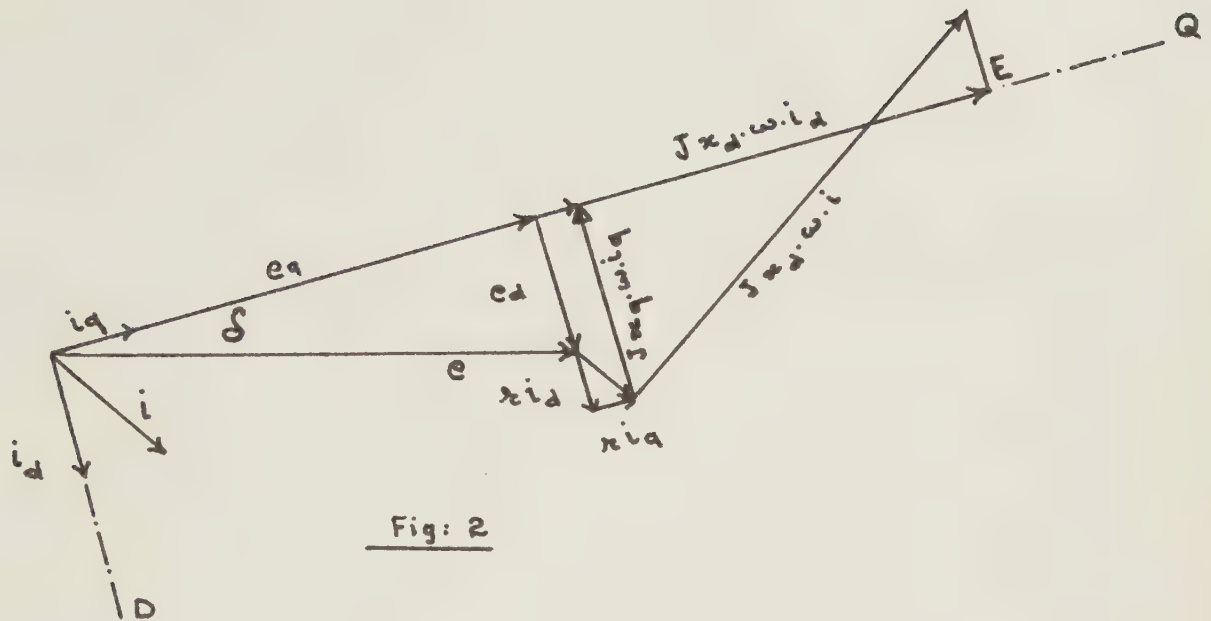


Fig: 2

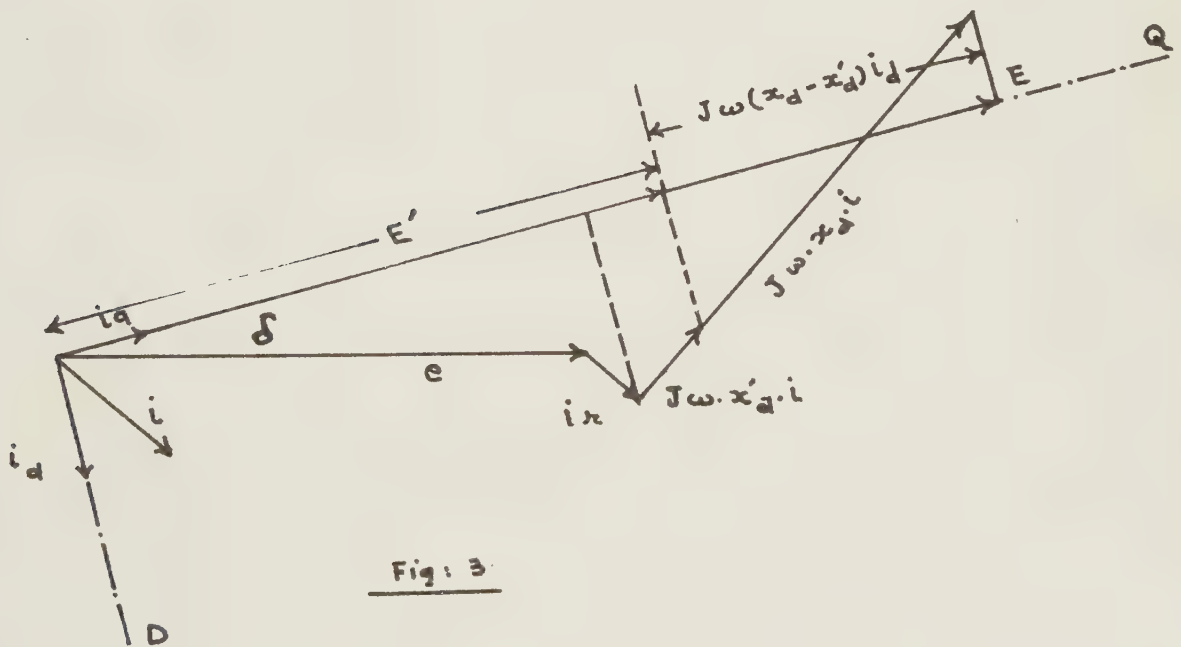


Fig: 3

C) - Flux dans l'inducteur.

Il est parfois intéressant d'expliciter le flux total embrassé par l'inducteur et de le considérer de préférence au courant inducteur, car dans certaines conditions transitoires, il reste sensiblement constant alors que dans le circuit de l'inducteur sont induites des f. é. m. longues à calculer.

Si les courants d'amortisseurs sont négligeables (c'est-à-dire si les résistances d'amortisseurs sont assez grandes), les équations (15) et (26) donnent pour le flux inducteur et le flux direct dans l'armature

$$\psi_{fd} = -x_{afd} i_d + x_{ffd} i_{fd} \quad (48)$$

et

$$\psi_d = -x_d i_d + x_{afd} i_{fd} \quad (49).$$

On déduit de la relation (49)

$$i_{fd} = \frac{\psi_d + x_d i_d}{x_{afd}} \quad (50)$$

et la relation (48) donne alors

$$\psi_{fd} = \frac{x_{ffd}}{x_{afd}} \left[\psi_d + \left(x_d - \frac{x_{afd}^2}{x_{ffd}} \right) i_d \right] \quad (51)$$

où ψ_d et i_d sont comme toujours comptés en sens inverse.

Le flux dans l'inducteur est ainsi explicité sous la forme de la différence entre le flux direct total dans l'armature et le flux qui traverse l'armature sans traverser l'inducteur.

$$x'_d = x_d - \frac{x_{afd}^2}{x_{ffd}} \quad (52)$$

est donc l'inductance de fuite de l'armature par rapport à l'inducteur.

.../...

En régime permanent, l'expression (25) des tensions se réduit pour e_q à

$$e_q = j \omega \psi_d - r i_q \quad (53)$$

avec, grâce à (52)

$$\psi_d = \psi_{fd} \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} - x'_d i_d$$

On en tire

$$e_q = j \omega \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \psi_{fd} - j \omega x'_d i_d - r i_q \quad (54)$$

où $j \omega \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \psi_{fd} = E'$ est une f. e. m. en phase avec la tension à vide produite par le flux inducteur.

Comme

$$\begin{aligned} E' &= j \omega \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} \psi_{fd} \\ &= j \omega \frac{x_{afd}}{x_{ffd}} (-x_{afd} i_d + x_{ffd} i_{fd}) , \end{aligned} \quad (55)$$

on en déduit

$$E' = E - j \omega (x_d - x'_d) i_d \quad (56)$$

puisque $E = j \omega x_{ffd} i_{fd}$.

Cette relation est représentée sur la figure 3.

.../...

7°) Machine à rotor lisse. (Fig. 4).

Pour que l'équation (44) soit valable pour une machine à rotor lisse, il faut égaliser les réactances synchrones suivant les axes D et Q.

Soit

$$\omega \cdot x_d = \omega \cdot x_q$$

et en maintenant la décomposition du courant, on a

$$\begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -r & -j x_d \cdot \omega \\ -j x_d \cdot \omega & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (57)$$

$x_d = x_q$ est appelée la self synchrone de BEHN ESCHENBURG.

8°) Mesures des inductances.

A) - Méthode du glissement.

Si on alimente le stator seul par les courants équilibrés du régime permanent,

$$\begin{aligned} i_a &= i \cos \omega t \\ i_b &= i \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c &= i \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned} \quad (58)$$

On a, en prenant $\theta = \theta_o + \omega t$ pour l'angle de champ avec le rotor

$$\begin{aligned} i_a &= i \cos(\theta - \theta_o) \\ i_b &= i \cos(\theta - \theta_o - \frac{2\pi}{3}) \\ i_c &= i \cos(\theta - \theta_o + \frac{2\pi}{3}) \end{aligned}$$

où θ_o est l'angle entre le flux du stator et l'axe D du rotor.

.../...

Les courants i_d et i_q sont donc

$$\begin{aligned} i_d &= i \cos \theta_o \\ i_q &= i \sin \theta_o \\ i_o &= 0 \end{aligned} \quad (60)$$

Il ressort aussi de la remarque faite qu'en régime équilibré, i_d et i_q sont les projections sur D et Q du courant de l'enroulement (a), qui tournerait avec D et Q dans la position fixée par θ_o .

Le rotor n'étant pas excité

$$\psi_d = -x_d i_d \quad \text{et} \quad \psi_q = x_q i_q$$

s'écrivent

$$\begin{aligned} \psi_d &= -x_d i \cos \theta_o \\ \psi_q &= x_q i \sin \theta_o \\ \psi_o &= 0 \end{aligned}$$

Si le rotor tourne à une vitesse $\frac{d\theta}{dt}$ rigoureusement égale à celle du synchronisme ω , le système donne alors pour la tension appliquée

$$\begin{aligned} e_q \neq \psi_d \omega &= -x_d i \cos \theta_o \\ e_d \neq \psi_q \omega &= x_q i \sin \theta_o \end{aligned} \quad (62)$$

et la tension de phase est donc

$$e_a = -x_q \omega i \sin \theta_o \cos \theta + x_d \omega i \cos \theta_o \sin \theta \quad (63)$$

.../...

Si maintenant la vitesse $\frac{d\theta}{dt}$ n'est pas exactement ω , θ_0 varie très lentement, assez lentement pour qu'on ait très sensiblement $p\theta = \omega$, les expressions de e sont conservées avec cependant la variation correspondante de θ_0 dans le temps.

Ainsi, e_a varie entre

$$e_a = -j x_d \omega i \sin \theta \quad \text{où } \theta = \omega t \quad (64)$$

c'est-à-dire $e_a = -j x_d \omega i_a$ pour $\theta_0 = 0$, lorsque le champ du stator a devant lui le rotor suivant l'axe direct.

B) - Méthode du court-circuit.

Nous avons vu, (équation -46-) qu'en court circuit, la composante i_q du courant s'annule : $i_a = i_d$,
ce qui donne

$$E = j x_d \omega i_a \quad (65)$$

Cette relation fournit x_d .

Remarque :

Le champ tournant dû aux courants i_a , i_b et i_c a même distribution que le champ dû à une phase.

En présentant à ce champ le rotor suivant l'axe D ou l'axe Q, on a donc pour le rapport de la tension qui alimente la phase, au courant qui la traverse

$$\frac{e_a}{i_a} = -j \frac{2}{3} x_d \omega \quad (66)$$

$$\frac{e_a}{i_a} = -j \frac{2}{3} x_q \omega \quad \dots/\dots$$

puisque pour un courant donné, le flux n'est que les $\frac{2}{3}$ du flux produit par les trois phases. Cet essai a l'avantage de pouvoir se faire sans mouvement perturbateur.

$$e_a = -j x_q \omega i_q \quad \text{pour} \quad \theta_o = 0 \quad \text{lorsque le champ a devant lui le rotor}$$
 suivant l'axe transversal.

On obtient ainsi expérimentalement x_d et x_q si la variation de l'angle θ_o du rotor avec le synchronisme est suffisamment lente. Pour que l'écriture soit correcte : $p \theta = \omega$.

Pour que ce soient les impédances synchrones qui interviennent, c'est-à-dire que les réactances des circuits du rotor soient nulles, donc que la période du mouvement du rotor par rapport au synchronisme soit grande devant les constantes de temps des circuits rotoriques, ces constantes de temps sont toujours grandes en particulier celle de l'inducteur qui devra être en circuit avant dans cet essai.

C) - Phasemètre électronique.

Si on néglige la résistance statorique, l'équation (44) se réduit à

$$\begin{aligned} e \sin \delta &= j x_q \omega i_q \\ e \cos \delta &= E - j x_d \omega i_q \end{aligned} \quad (68)$$

Le phasemètre nous permet de mesurer l'angle δ (c'est-à-dire le déphasage électrique entre la tension induite et la tension aux bornes de la machine). On peut calculer les courants i_q et i_d à partir du courant de phase et l'angle δ , et le facteur de puissance $\cos \delta$ est mesuré directement sur un voltmètre, tandis que E est déterminé par la caractéristique à vide.

Ainsi, cette méthode nous permet de mesurer x_d et x_q .

.../...

CHAPITRE IV

COURT CIRCUIT SYMETRIQUE

1°) Expression générale du courant.

Considérons la machine en marche normale à vitesse constante. Les tensions aux bornes de la machine sont (par l'équation (43) du chapitre III) :

$$\begin{bmatrix} e_o \\ e_d \\ e_q \end{bmatrix} = e \begin{bmatrix} 0 \\ \sin \\ \cos \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ e_{do} \\ e_{qo} \end{bmatrix} \quad (1)$$

L'équation matricielle (25) du chapitre III devient :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ e_{do} \\ e_{qo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & -r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_o \\ i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & 0 & 0 \\ 0 & p & -\omega \\ 0 & \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_o \\ \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \quad (2)$$

Pour trouver la valeur du courant de court-circuit, on applique "l'échelon unité" de tension aux bornes, égal et opposé à la tension qui existe avant le court-circuit.

On a donc

$$\begin{bmatrix} -e_{do} \\ -e_{qo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r & 0 \\ 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p & -\omega \\ \omega & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} \quad (3)$$

.../...

Les courants et le flux de l'équation 3 sont les composantes dûes au court-circuit, et les courants trouvés par ces équations doivent être ajoutés au courant initial de charge pour avoir la valeur totale de courant.

Si on suppose qu'il n'y a pas d'action régulatrice de tension, le court-circuit étant symétrique, l'équation (33) du chapitre III se réduit à

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_d(p) & 0 \\ 0 & -x_q(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (4)$$

L'équation (2) devient alors

$$\begin{bmatrix} e_{d0l} \\ e_{q0l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r + p x_d(p) & -\omega x_q(p) \\ \omega x_d(p) & r + p x_q(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (5)$$

d'où

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_2} \begin{bmatrix} r + p x_q(p) & \omega x_q(p) \\ -\omega x_d(p) & r + p x_d(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{d0l} \\ e_{q0l} \end{bmatrix} \quad (6)$$

avec $\Delta_2 = \begin{bmatrix} r + p x_q(p) & \omega x_q(p) \\ -\omega x_d(p) & r + p x_d(p) \end{bmatrix} + \omega^2 x_d(p) x_q(p)$

et ainsi, suivant l'équation 31 du chapitre III

$$x_d(p) = \frac{-x_d \left[p^2 (x_{afd}^2 x_{lld} - 2x_{ald} x_{afd} x_{ffd} + x_{ald}^2 x_{ffd}^2) + p(x_{afd}^2 x_{lld} + x_{ald}^2 x_{ffd}^2) \right]}{p^2 (x_{lld} x_{ffd} - x_{ffd}^2) + p(x_{lld} r_{fd} + x_{ffd} r_{ld}) + r_{ld} r_{fd}} \quad (7)$$

$$x_q(p) = \frac{p(-x_{ald}^2 + x_q x_{lld}) + x_q r_{lq}}{r_{lq} + x_{lld} p} \quad (8)$$

Si on néglige la résistance du stator, Δ_2 se réduit à

$$\Delta_2 = (p^2 + \omega^2) x_d(p) x_q(p) \quad (9)$$

.../...

Les courants et le flux de l'équation 3 sont les composantes dûes au court-circuit, et les courants trouvés par ces équations doivent être ajoutés au courant initial de charge pour avoir la valeur totale de courant.

Si on suppose qu'il n'y a pas d'action régulatrice de tension, le court-circuit étant symétrique, l'équation (33) du chapitre III se réduit à

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_d(p) & 0 \\ 0 & -x_q(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (4)$$

L'équation (2) devient alors

$$\begin{bmatrix} e_{d0l} \\ e_{q0l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r + p x_d(p) & -\omega x_q(p) \\ \omega x_d(p) & r + p x_q(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (5)$$

d'où

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_2} \begin{bmatrix} r + p x_q(p) & \omega x_q(p) \\ -\omega x_d(p) & r + p x_d(p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{d0l} \\ e_{q0l} \end{bmatrix} \quad (6)$$

avec $\Delta_2 = \begin{bmatrix} r + p x_q(p) & \omega x_q(p) \\ -\omega x_d(p) & r + p x_d(p) \end{bmatrix} + \omega^2 x_d(p) x_q(p)$

et ainsi, suivant l'équation 31 du chapitre III

$$x_d(p) = \frac{-x_d \left[p^2 (x_{afd}^2 x_{lld} - 2x_{ald} x_{afd} x_{ffd} + x_{ald}^2 x_{ffd}^2) + p(x_{afd}^2 r_{ld} + x_{ald}^2 r_{ffd}) \right]}{p^2 (x_{lld} x_{ffd} - x_{fld}^2) + p(x_{lld} r_{fd} + x_{ffd} r_{ld}) + r_{ld} r_{fd}} \quad (7)$$

$$x_q(p) = \frac{p(-x_{ald}^2 + x_q x_{lld}) + x_q r_{ld}}{r_{ld} + x_{lld} p} \quad (8)$$

Si on néglige la résistance du stator, Δ_2 se réduit à

$$\Delta_2 = (p^2 + \omega^2) x_d(p) x_q(p) \quad (9)$$

.../...

Le fait de négliger la résistance statorique revient à supposer que les flux couplés aux circuits des armatures ne peuvent pas varier à partir de leur valeur initiale après le court-circuit. On a alors un flux (correspondant au courant continu) dans l'armature qui reste fixe. La valeur réelle du courant est inférieure à celle trouvée ainsi.

Des équations (5) et (6), on tire

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{p^2 + \omega^2} \begin{bmatrix} \frac{p}{x_d(p)} & \frac{\omega}{x_d(p)} \\ -\frac{\omega}{x_q(p)} & \frac{p}{x_q(p)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{d0} \\ e_{q0} \end{bmatrix} \quad (10)$$

2°) Courant initial de court-circuit.

Pour trouver les valeurs initiales du courant de court-circuit, on néglige toutes les résistances rotoriques, ce qui revient au même que de prendre $p = \infty$ comme le montrent les expressions (7) et (8) qui donnent alors

$$\begin{aligned} x_d(p) &= x_d(\infty) = x''_d \\ &= x_d - \frac{[x_{lld} x_{afd}^2 - 2x_{ald} x_{afd} x_{fld} + x_{ald}^2]}{x_{lld} x_{ffd} - x_{fld}^2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} x_q(p) &= x_q(\infty) = x''_q \\ &= x_q - \frac{x_{ald}^2}{x_{lld} x_{ffd} - x_{fld}^2} \end{aligned} \quad (12)$$

La justification pour négliger les résistances rotoriques vient du fait qu'à l'instant initial de court-circuit, le flux rotorique demeure constant.

Les grandeurs x''_d et x''_q sont les inductances sub-transitoires directe et transverse.

.../...

De l'équation (10), la valeur initiale de court-circuit est (avec $l = \frac{1}{p}$, et en prenant l'inverse de la transformation de LAPLACE).

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sin \omega t}{\omega x''_d} & \frac{(1 - \cos \omega t)}{\omega x''_d} \\ -\frac{(1 - \cos \omega t)}{\omega x''_q} & \frac{1}{\omega x''_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{do} \\ e_{qo} \end{bmatrix} \quad (13)$$

D'après l'équation (1), on a

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{e[\cos \delta - \cos(\omega t + \delta)]}{\omega x''_d} \\ i_q &= \frac{-e[\sin \delta - \sin(\omega t + \delta)]}{\omega x''_q} \end{aligned} \quad (14)$$

Le courant dans la phase "a"

$$i_a = i_d \cos(\omega t + \theta_o) - i_q \sin(\omega t + \theta_o) \quad (15)$$

où θ_o est l'angle entre l'axe direct et la phase considérée à l'instant initial de court-circuit,

$$\begin{aligned} i_a &= \left(\frac{1}{\omega x''_d} + \frac{1}{\omega x''_q} \right) \frac{e}{2} \left[\cos(\omega t + \theta_o - \delta) - \cos(\theta_o - \delta) \right] \\ &+ \left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x''_q} \right) \frac{e}{2} \left[\cos(\omega t + \theta_o + \delta) - \cos(2\omega t + \theta_o + \delta) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

Les courants dans les phases "b" et "c" sont déduits de (16) en remplaçant θ_o par $(\theta_o - 120)$ et $(\theta_o + 120)$.

.../...

Si le court-circuit est provoqué à vide, $\delta = 0$, le courant de court-circuit se réduit à

$$i_a = \frac{e}{\omega x''_d} \cos(\omega t + \theta_o) - \left(\frac{1}{\omega x''_d} + \frac{1}{\omega x''_q} \right) \frac{e}{2} \cos \theta_o - \left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x''_q} \right) \frac{e}{2} \cos(2\omega t + \theta_o) \quad (17)$$

Ce courant comprend trois composantes : la première composante, de fréquence fondamentale, s'exprime en fonction de $\omega x''_d$. La deuxième composante, qui est continue, dépend de la valeur moyenne de $\omega x''_d$ et $\omega x''_q$. La troisième composante, qui est de fréquence double de la première, dépend de l'anisotropie de la machine.

Dans le cas de la limite de stabilité, $\delta = 90^\circ$, le courant est

$$i_a = \frac{e}{\omega x''_q} \sin(\omega t + \theta_o) - \left(\frac{1}{\omega x''_d} + \frac{1}{\omega x''_q} \right) \frac{e}{2} \sin \theta_o + \left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x''_q} \right) \frac{e}{2} \sin(2\omega t + \theta_o) \quad (18)$$

Dans ce cas, la composante fondamentale du courant dépend de $\omega x''_q$ tandis que pour la machine à vide, elle dépend de $\omega x''_d$.

3°) Courant permanent de court-circuit.

Les composantes permanentes de courant de court-circuit sont, d'après l'équation (6) avec $p = 0$:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_3} \begin{bmatrix} r & +j\omega x_q \\ -j\omega x_d & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \sin \delta \\ e \cos \delta \end{bmatrix} \quad (19)$$

avec $\Delta_3 = r^2 + x_d \cdot x_q \omega^2 \quad \dots/\dots$

Si le régime suit la marche à vide

$$\delta = 0, \text{ on a } e = E$$

d'où

$$i_d = \frac{j \omega x_q E}{r^2 + x_d x_q \omega^2} \quad (20)$$

$$i_q = \frac{r E}{r^2 + x_d x_q \omega^2}$$

D'après les équations (15) et (19)

$$i_a = \frac{e}{r^2 + \omega x_d x_q} \left[-r \sin(\omega t + \theta_o - \delta) + \frac{\omega x_d \omega x_q}{2} \cos(\omega t + \theta_o - \delta) - \frac{(\omega x_d - \omega x_q)}{2} \cos(\omega t + \theta_o + \delta) \right] \quad (21)$$

Pour $\delta = 0$, on a

$$i_a = \frac{e}{r^2 + \omega x_d \omega x_q} \left[-r \sin(\omega t + \theta_o) + \omega x_q \cos(\omega t + \theta_o) \right] \quad (22)$$

Pour $r = 0$ et $\delta \neq 0$, on a

$$i_a = \frac{e}{2} \left[\left(\frac{1}{\omega x_d} + \frac{1}{\omega x_q} \right) \cos(\omega t + \theta_o - \delta) + \left(\frac{1}{\omega x_d} - \frac{1}{\omega x_q} \right) \cos(\omega t + \theta_o + \delta) \right] \quad (23)$$

Ainsi, le courant de court-circuit permanent est à la fréquence fondamentale seulement.

4°) Constantes de temps.

Les composantes continues et de fréquence double du fondamental du courant initial ont ainsi disparu. Ces deux composantes liées aux composantes de la fréquence fondamentale de i_d et i_q doivent donc avoir le même taux de décroissance. Ces deux composantes proviennent du flux qui se trouve couplé au circuit d'armature. Ce flux, considéré approximativement comme constant au début, donne naissance à des courants et des flux de fréquence fondamentale dans tous les circuits rotoriques. .../...

Pour trouver sa décroissance, il est raisonnable de considérer seulement les résistances de l'armature, car les résistances rotoriques sont négligeables devant leurs réactances à la fréquence fondamentale.

Dans ces conditions, on trouve pour les solutions en p de $\Delta_2 = 0$:

$$(x''_d p + r)(x''_q p + r) + \omega x''_q x''_d \omega = x''_d x''_q \left[p^2 + r \frac{(x''_d + x''_q)}{x''_d \cdot x''_q} p + \frac{r}{x''_d \cdot x''_q} + \omega^2 \right] = 0$$

$$p = -\frac{r}{2} \left[\frac{1}{x''_d} + \frac{1}{x''_q} \right] \pm j \sqrt{\omega^2 - \frac{r^2}{4} \left(\frac{1}{x''_d} - \frac{1}{x''_q} \right)^2} \quad (24)$$

La fréquence ainsi obtenue pour i_d et i_q est bien très sensiblement celle du fondamental, tandis que la constante de temps de décroissance est

$$T_{a3} = \frac{2 x''_d \cdot x''_q}{r(x''_d + x''_q)} \quad (25)$$

Cette constante de temps est le rapport de la moyenne des inductances subtransitoires à la résistance de l'armature.

Les constantes de temps relatives à la fréquence fondamentale de la partie transitoire du courant statorique s'obtiennent de manière analogue. Le courant correspondant est dû à la décroissance du flux lié au rotor dans des fractions "continues" de i_d et i_q , pour la détermination de laquelle il est possible de négliger la résistance r du rotor.

Dans ces conditions, c'est l'expression (10) des courants i_d et i_q qui est valable. Elle donne tout d'abord avec $p^2 + \omega^2 = 0$ la fréquence fondamentale dont la décroissance réelle vient d'être déterminée par T_{a3} .

.../...

Pour la partie "continue" du courant i_q , elle donne sa décroissance grâce à $x_q(p) = 0$, soit avec les valeurs de (8) de x_q

$$p(x_q x_{llq} - x_{alq}^2) + x_q r_{lq} = 0$$

qui fournit la constante de temps

$$\begin{aligned} T_{q3}'' &= \frac{x_q x_{llq} - x_{alq}^2}{x_q r_{lq}} \\ &= \frac{x_{llq}}{r_{lq}} \left(\frac{x_q \frac{x_{alq}^2}{x_{llq}}}{x_q} \right) \\ &= \frac{x_{llq}}{r_{lq}} - \frac{x_{alq}^2}{x_q} \end{aligned} \quad (26)$$

Ainsi, la constante de temps effective du rotor suivant l'axe transversal pour le court-circuit symétrique est égale à la constante de temps propre $\left(\frac{x_{llq}}{r_{lq}}\right)$ du circuit des amortisseurs transversaux multipliée par le rapport de la réactance subtransitoire transversale à la réactance synchrone transversale.

Pour les constantes de temps suivant l'axe direct données suivant (10) par $x_d(p) = 0$, on propose les simplifications suivantes :

- la résistance des amortisseurs est très supérieure à la résistance d'inducteur. La décroissance initiale rapide du flux des amortisseurs peut être évaluée en supposant la résistance de l'inducteur négligeable.
- puis l'évaluation de la lente décroissance ultérieure du flux de l'inducteur peut être calculée en supposant que la résistance des amortisseurs est infinie par rapport à celle de l'inducteur.

Avec ces deux simplifications, on a seulement à résoudre l'équation $x_d(p) = 0$ du premier degré.

.../...

Ainsi, en faisant $r_{ld} = \infty$ dans l'équation (7), on a trouvé la constante de temps transitoire directe

$$x_d - \frac{p x_{afd}^2}{p x_{ffd} + r_{fd}} = 0 \quad (27)$$

soit

$$p = - \frac{r_{fd} x_d}{x_{ffd} x_d - x_{afd}^2}$$

donc la constante de temps

$$T'_{d3} = \frac{x_{ffd} - x_{afd}^2 / x_d}{r_{fd}} \quad (28)$$

ou constante de temps transitoire directe (transitoire parce que liée à l'hypothèse de la résistance très grande des amortisseurs).

En faisant au contraire $r_{fd} = 0$, la condition $x_d(p) = 0$ donne avec (7) la constante de temps

$$T''_{d3} = \frac{x_d (x_{lld} x_{ffd} - x_{fld}^2) - (x_{afd}^2 x_{lld} - 2 x_{ald} x_{afd} x_{fld} + x_{ald}^2 x_{ffd})}{r_{ld} (x_d x_{ffd} - x_{afd}^2)}$$

$$= \frac{(x_{lld} x_{ffd} - x_{fld}^2) \left[\frac{x_d - (x_{afd}^2 x_{lld} - 2 x_{ald} x_{afd} x_{fld} + x_{ald}^2 x_{ffd})}{x_{lld} x_{ffd} - x_{fld}^2} \right]}{r_{ld} (x_d x_{ffd} - x_{afd}^2)}$$

soit

$$T''_{d3} = \frac{x_{lld} - \frac{x_{fld}^2}{x_{ffd}}}{r_{ld}} \frac{x''_d}{x'_d} \quad (29)$$

qui est la constante de temps subtransitoire directe, puisque liée à l'hypothèse de l'effet actif des amortisseurs. .../...

On peut ainsi considérer les constantes de temps T''_{d3} et T'_{d3} comme les deux solutions approximatives de l'équation quadratique $x_d(p) = 0$.

5°) Décroissance des courants.

La composante continue de i_d part ainsi de sa valeur initiale $\frac{e \cos \delta}{\omega x''_d}$ donnée par (14) et déterminée par la réactance subtransitoire x''_d relative à l'hypothèse des résistances d'amortisseurs négligeables, pour décroître avec la constante de temps correspondante T''_{d3} . Le courant dans l'amortisseur décroît vite et l'on tombe dans le domaine où on peut le considérer comme nul, c'est-à-dire où r_{ld} peut être supposé infini. Le courant i_d est limité alors par l'inductance $x'_d(p)$ dans laquelle il faut faire r_{ld} infini. Ce cas a déjà été énuméré dans le paragraphe (6) du chapitre III, équation (52), où on a trouvé pour $x_d(p)$ l'inductance transitoire

$$x'_d = x_d - \frac{x^2_{afd}}{x_{ffd}} \quad (30)$$

ou inductance de fuite entre l'armature et l'inducteur.

Dans cette hypothèse, r_{ld} infini, le courant i_d diminue avec la constante de temps transitoire T'_{d3} pour tendre vers le régime permanent où il est limité par x_d . Bien entendu, la continuité est assurée d'un stade à l'autre de telle sorte que la variation est celle donnée par

i_d	$\left[\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x'_d} \right] e^{-\frac{t}{T''_{d3}}} + \left[\frac{1}{\omega x'_d} - \frac{1}{\omega x_d} \right] e^{-\frac{t}{T'_{d3}}} + \frac{1}{\omega x_d}$	$e \cos \delta$
i_q	$\left[\frac{1}{\omega x''_q} - \frac{1}{\omega x_q} \right] e^{-\frac{t}{T''_{q3}}} + \frac{1}{\omega x_q}$	$e \sin \delta$

+	$-\frac{1}{\omega x''_{d1}} e^{-t/T_{d3}}$	$e \cos(\omega t + \delta)$
	$\frac{1}{\omega x''_q} e^{-t/T_{q3}}$	$e \sin(\omega t + \delta)$

(31)

.../...

La composante fondamentale de i_d décroît de la valeur initiale jusqu'à zéro avec la constante de temps T_{a3} comme on l'a vu.

En ce qui concerne i_q , pour la composante continue seule intervenait la constante de temps T''_{q3} pour déterminer sa décroissance depuis la valeur initiale $= \frac{e \sin \delta}{\omega x''_q}$, de telle sorte que la variation est celle donnée par (31), tandis que la composante fondamentale décroît aussi avec la constante de temps T_{a3} .

Pour avoir l'expression du courant total de court-circuit, il faut ajouter le courant de charge (équation 45, chapitre III) avant le court-circuit qui est, en négligeant la résistance statorique

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x_d \omega} \\ -\frac{1}{x_q \omega} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{\omega x_d} \\ \frac{1}{\omega x_q} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \sin \delta \\ e \cos \delta \end{bmatrix} \quad (32)$$

En ajoutant les courants (31) et (32), on a l'expression approximative du courant total de court-circuit

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x'_d} \right] e^{-t/T''_{d3}} + \left[\frac{1}{\omega x'_d} - \frac{1}{\omega x_d} \right] e^{-t/T_{d3}} & 0 \\ 0 & - \left[\frac{1}{\omega x''_q} - \frac{1}{\omega x_q} \right] e^{-t/T''_{q3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \cos \delta \\ e \sin \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{\omega x''_d} e^{-t/T_{a3}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega x''_q} e^{-t/T_{a3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \cos(\omega t + \delta) \\ e \sin(\omega t + \delta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{x_d \omega} \\ -\frac{1}{x_q \omega} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix} \quad (33)$$

Par hypothèse, compte tenu de la méthode approchée du calcul de T'' et T' , T''_{q3} et T''_{d3} sont très inférieurs à T'_{d3} .

La composante fondamentale de i_a , obtenue à partir des composantes constantes et des composantes décroissant exponentiellement en fonction du temps des courants i_d et i_q comprennent trois termes.

- 1) Les termes décroissant exponentiellement en fonction du temps avec les constantes de temps T''_{d3} et T''_{q3} dont la valeur initiale s'obtient en annulant toutes les résistances du rotor (amortisseurs et inducteurs), donc en supposant le flux constant dans le rotor.
- 2) Le terme décroissant exponentiellement en fonction du temps avec la constante de temps T'_{d3} dont la valeur initiale est obtenue en supposant les résistances d'amortisseur infinies et les résistances du circuit inducteur nulles, donc en supposant le flux constant dans le circuit inducteur.
- 3) La valeur permanente de court-circuit.

La composante à la fréquence f du courant i_a est initialement d'amplitude trop faible pour être mesurable.

La composante continue qui décroît exponentiellement avec la constante de temps T_{a3} dépend essentiellement de l'instant de la période où a lieu le court-circuit, et n'est pas en général prise en considération.

On a alors

$$i_a = \left[\left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x'_d} \right) e^{-t/T''_{d3}} + \left(\frac{1}{\omega x'_d} - \frac{1}{\omega x_d} \right) e^{-t/T'_{d3}} \right] e \cos \delta \cos(\omega t + \theta_o) + \left(\frac{1}{\omega x''_q} - \frac{1}{\omega x_q} \right) e^{-t/T''_{q3}} e \sin \delta \sin(\omega t + \theta_o) + \frac{E}{\omega x_d} \cos(\omega t + \theta_o) - \frac{e}{2} e^{-t/T_{a3}} \left[\left(\frac{1}{\omega x''_d} + \frac{1}{\omega x''_q} \right) \cos(\theta_o - \delta) + \left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x''_q} \right) \cos(2\omega t + \theta_o + \delta) \right] \quad (34)$$

.../...

Dans le cas où le court-circuit a lieu sur la machine à vide avec $\delta = 0$, $E = e$, le courant de court-circuit est

$$i_a = \left[\left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x'_d} \right) \frac{-t/T''}{e} d3 + \left(\frac{1}{\omega x'_d} - \frac{1}{\omega x_d} \right) \frac{-t/T'}{e} d3 + \frac{1}{\omega x_d} \right] e \cos(\omega t + \theta_o) - \frac{e}{2} \frac{-t/T}{e} a3 \left[\left(\frac{1}{\omega x''_d} + \frac{1}{\omega x''_q} \right) \cos \theta_o + \left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x''_q} \right) \cos(2\omega t + \theta_o) \right] \quad (35)$$

6°) Cas de la machine à rotor lisse.

On peut évaluer l'expression du courant lors d'un court-circuit d'une machine à pôles lisses à partir de l'équation (35). Il suffit d'égaliser les diverses réactances suivant l'axe direct et l'axe transversal.

Soit, $\omega x''_d = \omega x''_q$

On a alors

$$i_a = \left[\left(\frac{1}{\omega x''_d} - \frac{1}{\omega x'_d} \right) \frac{-t/T''}{e} d3 + \left(\frac{1}{\omega x'_d} - \frac{1}{\omega x_d} \right) \frac{-t/T'}{e} d3 + \frac{1}{\omega x_d} \right] e \cos(\omega t + \theta_o) - \frac{e}{\omega x''_d} \frac{-t+T}{e} a3 \cos(\theta_o - \delta) \quad (36)$$

Il faut remarquer que le terme harmonique 2 de l'équation (35) disparaît. Ce terme est dû exclusivement à l'anisotropie des circuits magnétiques.

CHAPITRE V

RESULTATS ET CONCLUSIONS

A) - Caractéristique à vide.

Comme le courant $\bar{I}_2 (= i_a)$ est nul, le seul flux à travers l'induit est le flux $\bar{\psi}_{12}$ ($= x_{afd} i_{fd}$) dû au courant $\bar{I}_1 (= i_{fd})$ dans l'inducteur, d'où

$$\bar{E}_V = - \frac{d\bar{\psi}_{12}}{dt} = -j\omega \bar{\psi}_{12} = f(\bar{I}_1) \quad (1)$$

Lorsque la machine devient saturée, la perméabilité (μ) du fer tend vers 1, ce qui fait que la région fort saturée de la courbe à vide a une pente non nulle.

B) - Méthode de POTIER (machine saturée).

1) Le courant I_2 n'étant pas nul crée le flux $\bar{\psi}_{22}$ dans l'induit, qui se compose avec le flux $\bar{\psi}_{12}$ pour donner le flux total dans l'induit $\bar{\psi}_{t2}$.

La machine étant saturée, on a

$$|\bar{\psi}_{t2}| < |\bar{\psi}_{12} + \bar{\psi}_{22}| \quad (2)$$

et

$$\bar{V} + R \bar{I}_2 = -d \frac{\bar{\psi}_{t2}}{dt} = -j\omega \bar{\psi}_{t2} \quad (3)$$

Le flux $\bar{\psi}_{22}$ se partage en

- un flux entièrement dans le fer (à l'entrefer près) et qui est le flux de couplage de l'induit avec l'inducteur, soit $\bar{\psi}_{21}$.

- un flux ayant un grand trajet d'air, qui est le flux de fuite $\bar{\psi}_{2f}$.

D'où des propriétés bien différentes

$$a) \overline{\psi}_{f2} = 1 \overline{I}_2 = x'_d \overline{I}_2 \quad (4)$$

est toujours valable, le trajet d'air imposant la linéarité de la courbe $\vec{B} = f(\vec{H})$.

b) $\overline{\psi}_{12}$ et $\overline{\psi}_{21}$ faisant tous les deux intervenir le même circuit fer + entrefer, on doit considérer simultanément les deux causes de ces flux qui se composent en $\overline{\psi}_{r2}$ et $|\overline{\psi}_{r2}| < |\overline{\psi}_{12} + \overline{\psi}_{21}|$. On ramène donc du point de vue de son effet magnétisant, le courant $\overline{I}_2$ sur l'inducteur déjà parcouru par I_1 en introduisant un coefficient μ d'équivalence des ampères tours, défini par la construction mécanique.

Le courant fictif

$$\overline{I}_r = \overline{I}_1 + \mu \overline{I}_2 \quad (5)$$

ainsi défini donne donc directement par l'intermédiaire de (1) la f.e.m. résultante $\overline{E}_r$ correspondant à $\overline{\psi}_{r2}$:

$$\overline{E}_r = -d \frac{\overline{\psi}_{r2}}{dt} = -j \omega \overline{\psi}_{r2} = f(I_r) \quad (6)$$

c) Finalement, étant donné la linéarité de $\overline{\psi}_{f2}$, on peut écrire

$$\overline{\psi}_{t2} = \overline{\psi}_{r2} + \overline{\psi}_{f2} \quad (7)$$

soit, en passant aux tensions, l'équation de POTIER

$$\overline{V} + R \overline{I}_2 = \overline{E}_r - j l \omega \overline{I}_2 \quad (8)$$

on traduit (8) et (5) par le schéma suivant (Fig. 1) (où $\overline{I}_r$ est normal à $\overline{E}_r$).

2) Les quantités $l\omega$ et μ sont déterminées expérimentalement à partir de la courbe à courant déwatté constant, par la méthode du triangle de POTIER.

En effet, si μI_2 est à $\pi/2$ arrière de V , les relations (5) et (8) deviennent algébriques.

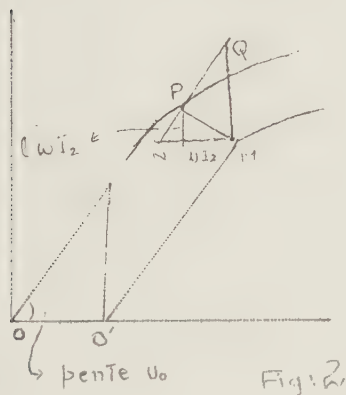
$$E_r = V + l\omega I_2 \quad (9)$$

$$I_r = I_1 - \mu I_2 \quad (10)$$

et donc, pour I_2 constant :

$$V(I_1) = E_r(I_r) - l\omega I_2 = E_r(I_1 - I_2) - l\omega I_2$$

c'est- dire que la courbe $V(I_1)$ est déduite de la courbe à vide par une translation dont les composantes sont $-l\omega I_2$ et $+\mu I_2$.



Soit alors U_0 la pente de la tangente à l'origine à la courbe à vide. On a (Fig. 2) :

$$NM = OO' \quad , \quad MQ = \mu I_2$$

$$\frac{MQ - l\omega I_2}{I_2} = U_0$$

soit

$$l\omega + \mu U_0 = U_0 \frac{OO'}{I_2} \quad (11)$$

C) - Machine à rotor lisse non saturée.

a) Réactance synchrone.

La linéarité des caractéristiques d'aimantation permet d'écrire, au lieu de (2) :

$$\overline{\psi}_{t2} = \overline{\psi}_{12} + \overline{\psi}_{22} \quad \dots/\dots \quad (12)$$

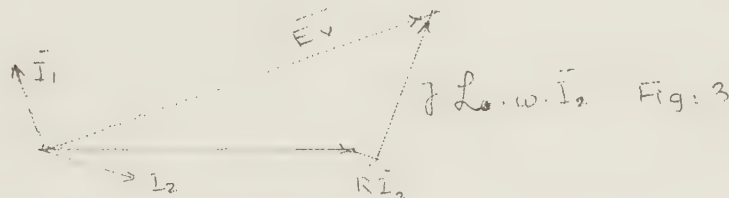
$\overline{\psi}_{22} = \overline{\mathcal{L}}_0 \overline{I}_2$ a un sens, puisque le trajet est le même quel que soit le déphasage ψ entre $\frac{d\overline{\psi}_{12}}{dt} = \overline{E}_V$ et $\overline{I}_2$.

La relation (10) s'écrit donc, en passant aux tensions

$$\overline{V} + R \overline{I}_2 = \overline{E}_V - j \overline{\mathcal{L}}_0 \omega \overline{I}_2 \quad (13)$$

Utiliser cette relation revient donc à raisonner comme si l'état d'aimantation n'était dû, quel que soit le débit, qu'au seul courant $\overline{I}_1$ dans l'inducteur. La chute de tension dans la self synchrone $\overline{\mathcal{L}}_0 \omega$ tient compte simultanément de l'action magnétisante du courant d'induit et de la chute de tension dans la self de fuite.

Cette représentation fictive de la réalité a l'avantage de substituer au schéma de POTIER le schéma plus simple (Fig. 3)



Il reste à voir si ceci garde un sens quelconque hors du domaine non saturé.

b) Mesures expérimentales de la réactance synchrone.

1) Méthode à court-circuit.

Lorsque la machine est à court-circuit, l'équation (13) se réduit pour un courant $\overline{I}_1$ donné à

$$\overline{E}_V = \overline{\mathcal{L}}_0 \omega \overline{I}_2 \quad (14)$$

et la détermination de $\overline{\mathcal{L}}_0 \omega$ résulte de la connaissance de la partie non saturée de la courbe à vide et de la caractéristique à court-circuit.

.../...

Cette dernière est une droite, puisque l'état d'aimantation réel de la machine est alors

$$\bar{I}_1 = \mu \bar{I}_2, \text{ très petit.}$$

2) Méthode à déwatté constant (AIEE).

Si la machine débite un courant constant $\bar{I}_2$, à $\frac{\pi}{2}$ arrière de $\bar{V}$, l'équation (13) devient, algébriquement, pour un courant $\bar{I}_1$ donné

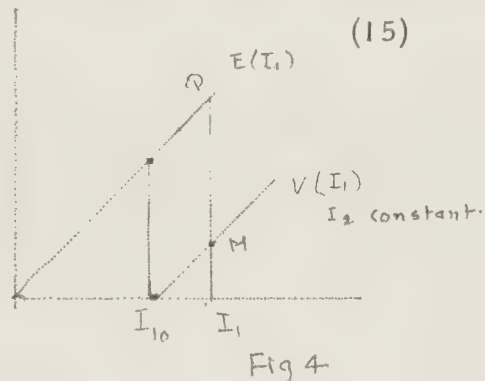
$$V = E_V - \mathcal{L}_o \omega I_2 \quad (15)$$

qui se confond avec (14) pour

$$I_1 = I_{10} \quad (\text{Fig. 4})$$

d'où

$$\omega_o = \frac{MQ}{I_2} = \frac{U_o OO'}{I_2}$$



ce qui conduit pour l'équation (11) à

(15) :

$$1 \omega + \mu U_o = \mathcal{L}_o \omega$$

D) - Machine saturée à pôles lisses.

a) La ~~notion de~~ réactance synchrone disparaît.

En effet,

1) on peut toujours appliquer de façon formelle les méthodes à court-circuit et à déwatté constant en désignant par $\mathcal{L}_{cc} \omega$ et $\mathcal{L}_{CD} \omega$ les termes déduits des équations (14) et (15).

On constate que :

- $\mathcal{L}_{cc} \omega$ décroît rapidement lorsque le courant I_1 croît.
- Il en est de même pour $\mathcal{L}_{CD} \omega$ déterminée pour un débit donné.
- Pour une même excitation I_1 , on obtient des valeurs différentes de

$\mathcal{L}_{CD} \omega$ suivant le débit auquel on travaille.

.../...

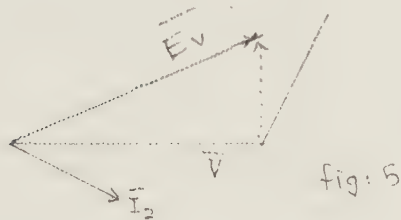
- Enfin, on a toujours pour une excitation I_1 donnée

$$L_{CD} \omega \leq L_{CC} \omega$$

Le fait de changer de variable, et d'introduire par exemple I_r , afin de tenir compte de l'état réel d'aimantation de la machine, ne change rien à cette variabilité.

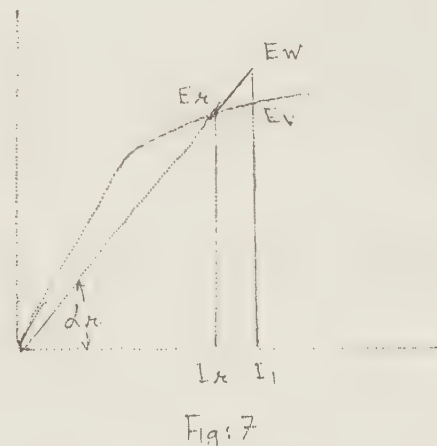
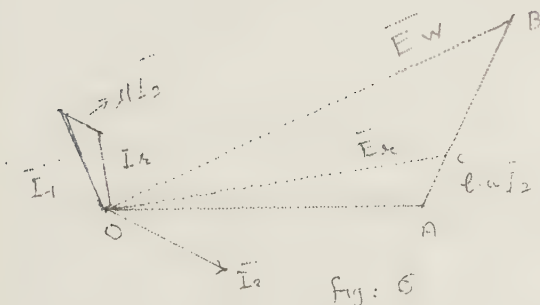
Mieux, on peut mesurer le déphasage entre $\overline{E_V}$ et $\overline{V}$ pour $0 < \cos \phi \leq 1$.

On constate alors que la soi-disant réactance synchrone introduite comporterait une partie en phase avec le courant (résistance négative (Fig. 5).



b) On peut substituer à $\overline{E_V}$ une tension déterminée à partir de la tension de POTIER E_r , et que nous désignerons ci-dessous par $\overline{E_W}$.

ω et μ étant connus, et R négligé, on détermine I_1 par la relation (5) et on considère la tension $OB = \overline{E_W}$ (Fig. 6).



.../...

On a évidemment

$$\frac{E_W}{I_1} = \frac{E_r}{I_r} = U_r \quad \text{où} \quad U_r = \text{tg} \quad r$$

$\overline{E_W}$ est ainsi parfaitement défini (Fig. 7) du débit et du déphasage entre $\overline{V}$ et $\overline{I_2}$.

On posera

$$\Delta B = L_r \omega I_2$$

d'où

$$\frac{L_r \omega - l\omega}{\mu} = \frac{E_r}{I_r} = U_r$$

soit

$$l\omega + \mu U_r = L_r \omega \quad (17)$$

Les termes $L_r \omega$ ainsi définis ne dépendent que du seul courant d'excitation résultant I_r .

Il présente un intérêt supplémentaire du fait qu'il est assez peu saturé dans la zone d'emploi normal de la machine.

Machine à pôles saillants.

1) Lorsque la machine est non saturée, on peut toujours écrire (12)

Mais, cette fois, $\psi_{22} = L_{o2} \overline{I_2}$ n'a plus de sens car le trajet du flux est fonction du déphasage entre $\overline{E_V}$ et $\overline{I_2}$.

On introduit donc $X_{qo} = x_q \omega$ et $X_{do} = x_d \omega$, qui sont ici des réactances.

.../...

X_{do} peut être déterminée expérimentalement par les méthodes à court-circuit ou à courant déwatté constant où il tient alors le rôle de $L_o \omega$ dans la machine à pôles lisses.

Ceci conduit donc, pour l'équation (11) à

$$I\omega + \mu U_o = X_{do}$$

2) Lorsque la saturation intervient, elle ne modifie pas fondamentalement le schéma.

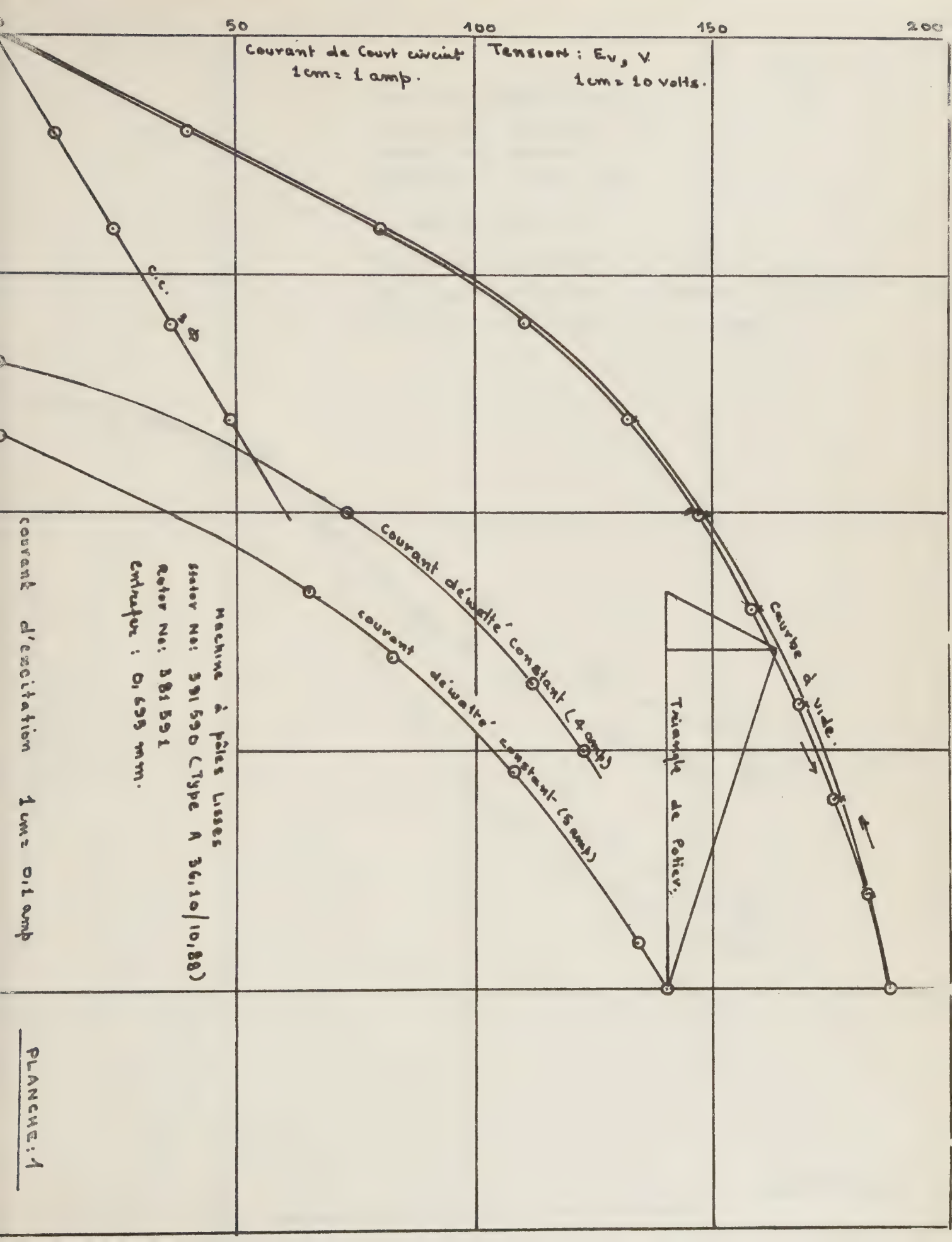
On a tracé (planches II et IV) :

- la courbe X_d en fonction de I_l par la méthode à déwatté constant.
- les courbes X_d et X_q en fonction de I_l par la mesure de ξ pour $\cos \Phi$ de 1 et pour le débit 5 A.

On a tracé (planches I et III) :

- La caractéristique à vide,
- La caractéristique à courant déwatté constant
- la caractéristique à court-circuit.

.../...



50

100

150

200

Courant de Court circuit
1cm = 1 amp.

Tension: E_v, V
1cm = 10 volts.

C.C.

4 amp

Courant d'excitation 1cm = 0,1 amp

Courant d'excitation constant (4 amp)

Courant d'excitation constant (5 amp)

Courbe à vide.

Triangle de Potier.

PLANCHE: 1

Machine à pôles lisses.

Stator No: 381590

Rotor No: 381591.

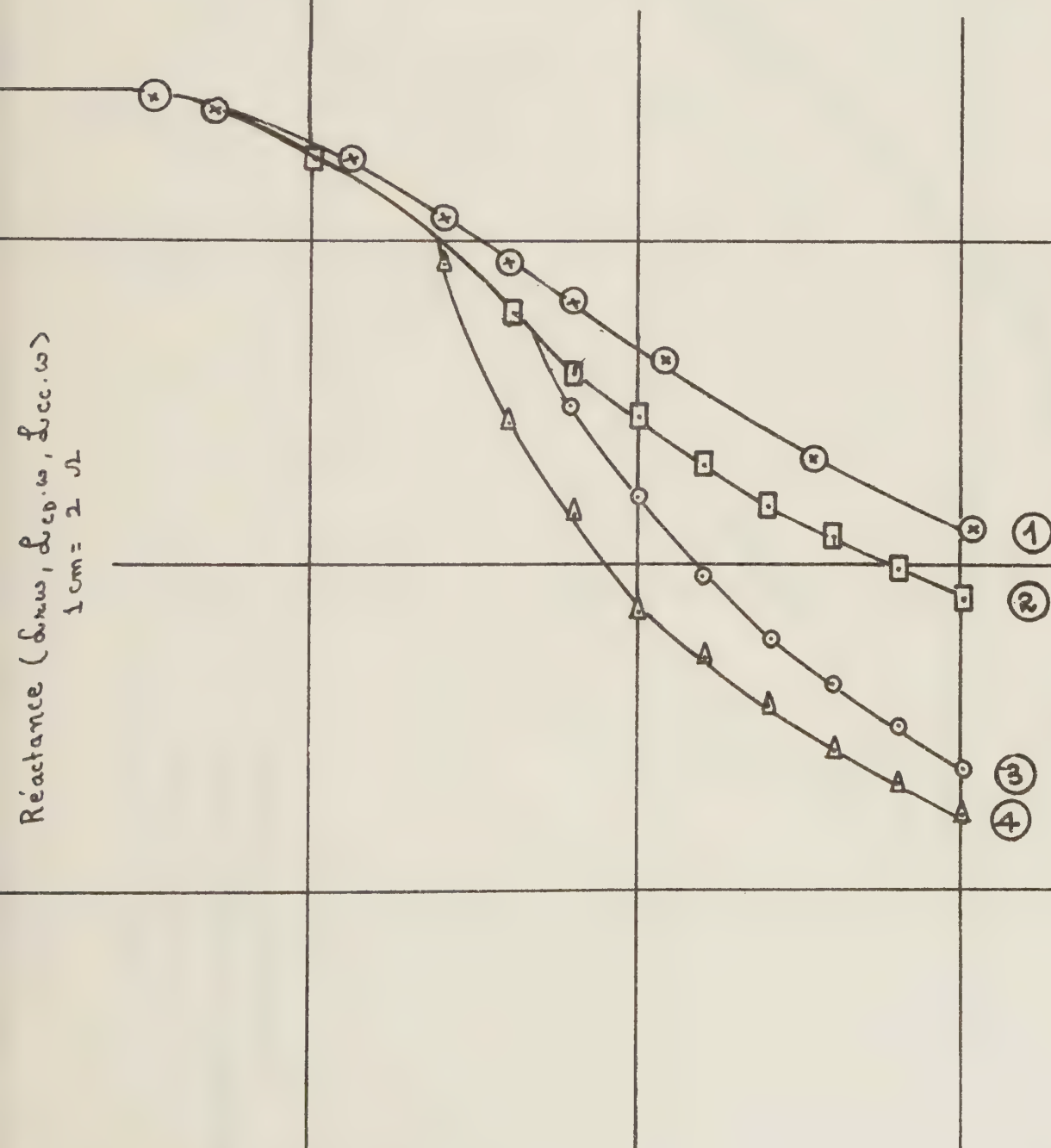
entrefer : 0,695 mm.

1: $L_{\Sigma} \cdot \omega = f(I_1)$

2: $L_{cc} \cdot \omega = f(I_1)$

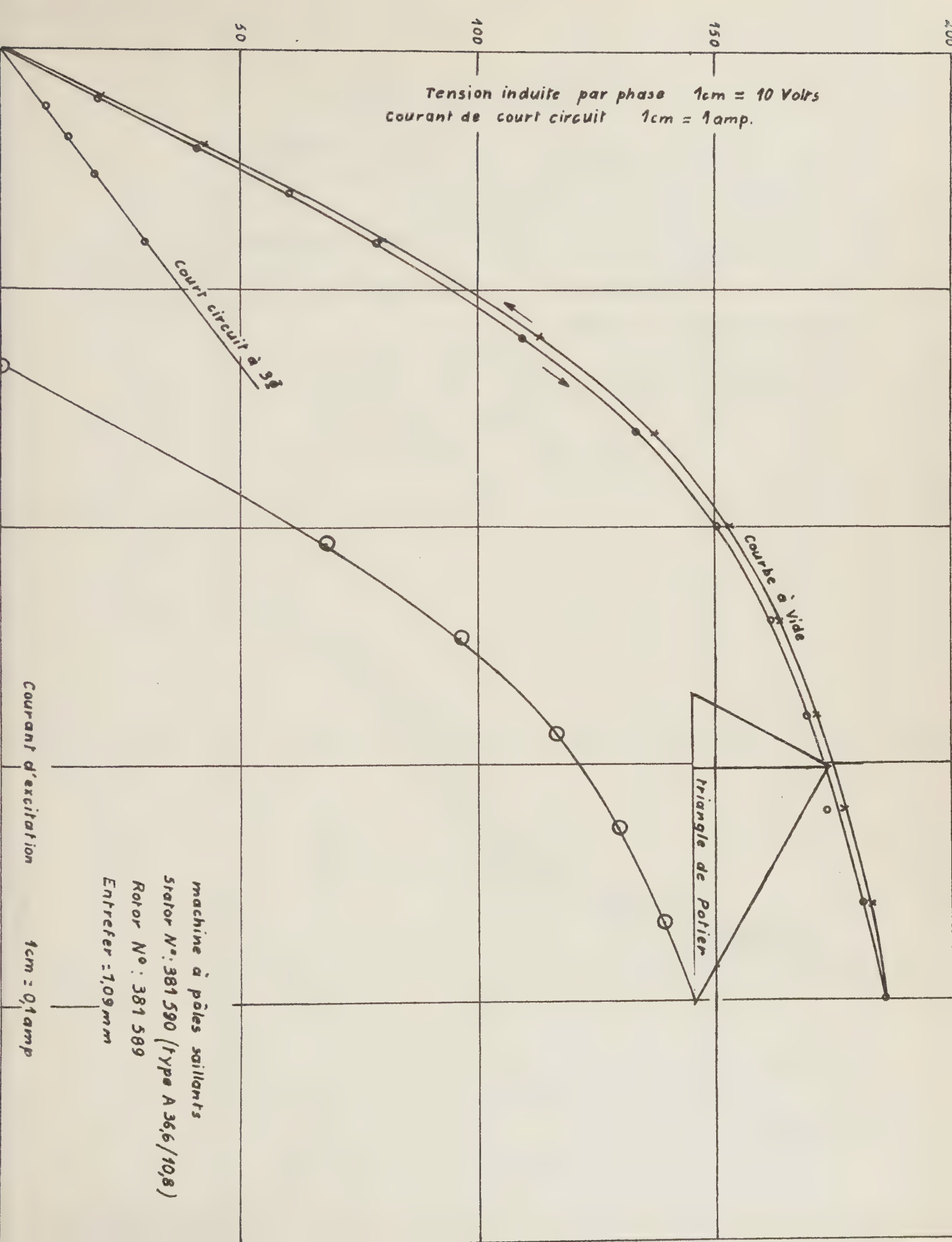
3: $L_{cd} \cdot \omega = f(I_1); I_2 = 5 \text{ amps.}$

4: $L_{cd} \cdot \omega = f(I_1); I_2 = 4 \text{ amps.}$



courant d'excitation : 1 cm = 0.1 amp.

PLANCHE : 2



Variation des Diverses Réactances.

$\square-\square-\square$ $x_d = f(I_e)$ Méthode A.I.E.E.
 Courant déwatté constant: 5 amps.

$\oplus-\oplus-\oplus$ $x_d = f(I_e)$ } Méthode par mesure de " δ "
 $\ominus-\ominus-\ominus$ $x_q = f(I_e)$ } $\cos \varphi = 1$
 débit constant: 5 amps.

Machine à pôles saillants

Stator No: 381590 (TYPE A 36,6/10,8)

Rotor No: 381589

Entrefer: 1,09 mm.

Réactances: x_d et x_q .

1 cm = 2 Ω

courant d'excitation (I_e) 1 cm = 0,1 amp.

PLANCHE IV

0,5

1

1,5

E) - Détermination des réactances subtransitoires et transitoire.

En utilisant le montage indiqué fig. 8 , on relève photographiquement la courbe représentant le courant de court-circuit . La machine est à vide.

On obtient la composante fondamentale du courant de court-circuit enregistrée de la façon suivante.

On place les points correspondant aux valeurs de crête pour les premières périodes du courant de court-circuit (20 environ) sur un papier millimétré.

On trace alors la ligne médiane en faisant la différence des ordonnées de la courbe enveloppe et de la courbe médiane. On obtient ainsi la composante fondamentale (Fig. 9).

Sur un papier semi-logarithmique, on porte la différence des ordonnées entre la composante fondamentale et le courant permanent de court-circuit. On obtient ainsi une ligne droite pour la période transitoire (Fig. 10).

En extrapolant la partie rectiligne de la courbe précédente jusqu'à $t = 0$ (AB), on obtient l'ordonnée OD à laquelle on ajoute la valeur du courant permanent de court-circuit. On obtient ainsi le courant transitoire initial. La somme de la valeur maximum du courant pour $t = 0$, est représentée par OE , et la valeur du courant permanent de court-circuit nous donne le courant subtransitoire initial.

La tension maximum qui existait avant le court-circuit divisée par le courant subtransitoire initial nous donne la réactance subtransitoire.

La tension maximum qui existait avant le court-circuit divisée par le courant transitoire initial nous donne la réactance transitoire.

Si on porte les différences des ordonnées représentées par (K) entre la partie curviligne (BC) et rectiligne (DB) sur papier semi-logarithmique, on obtient approximativement une droite (Fig. 11).

.../...

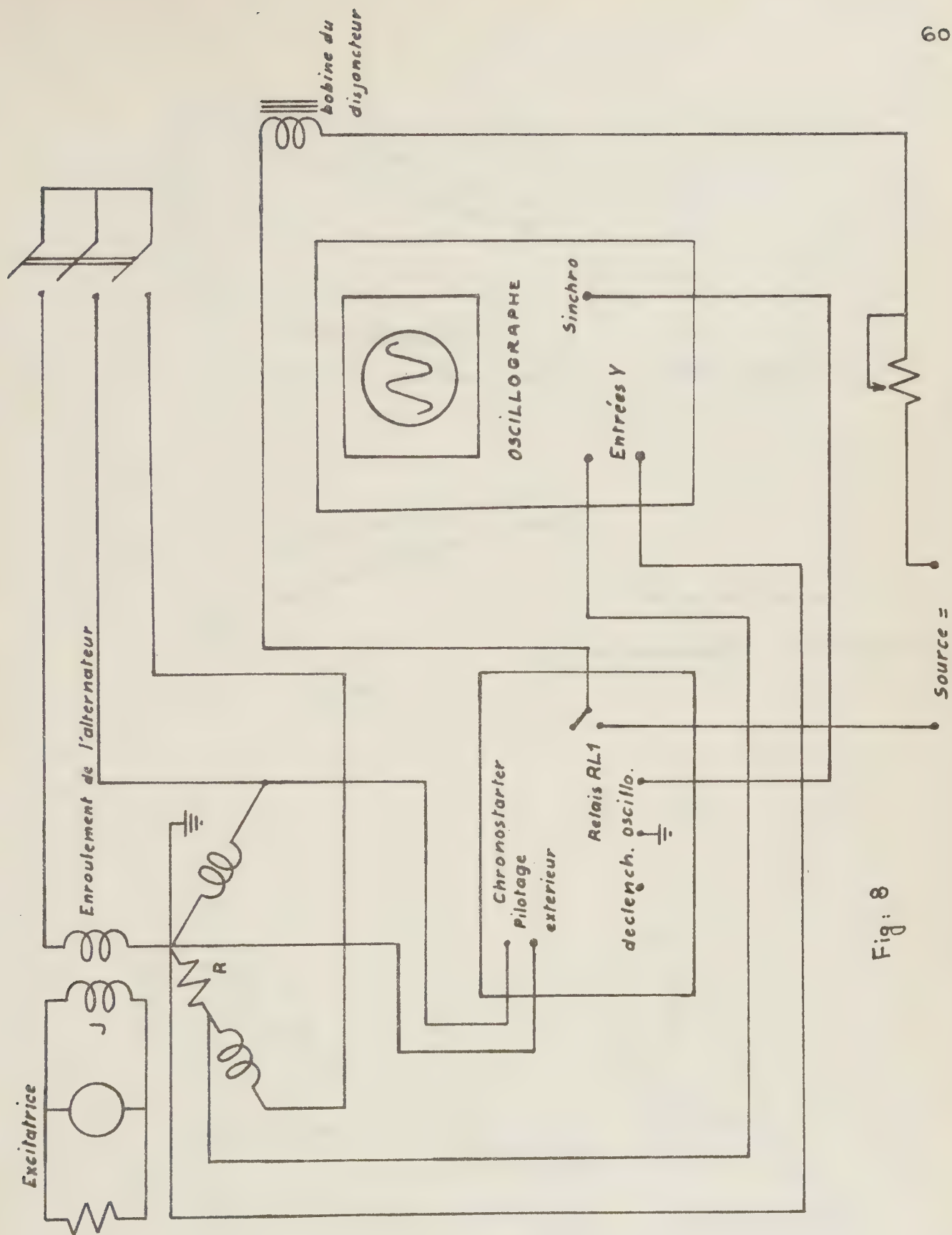


Fig: 8

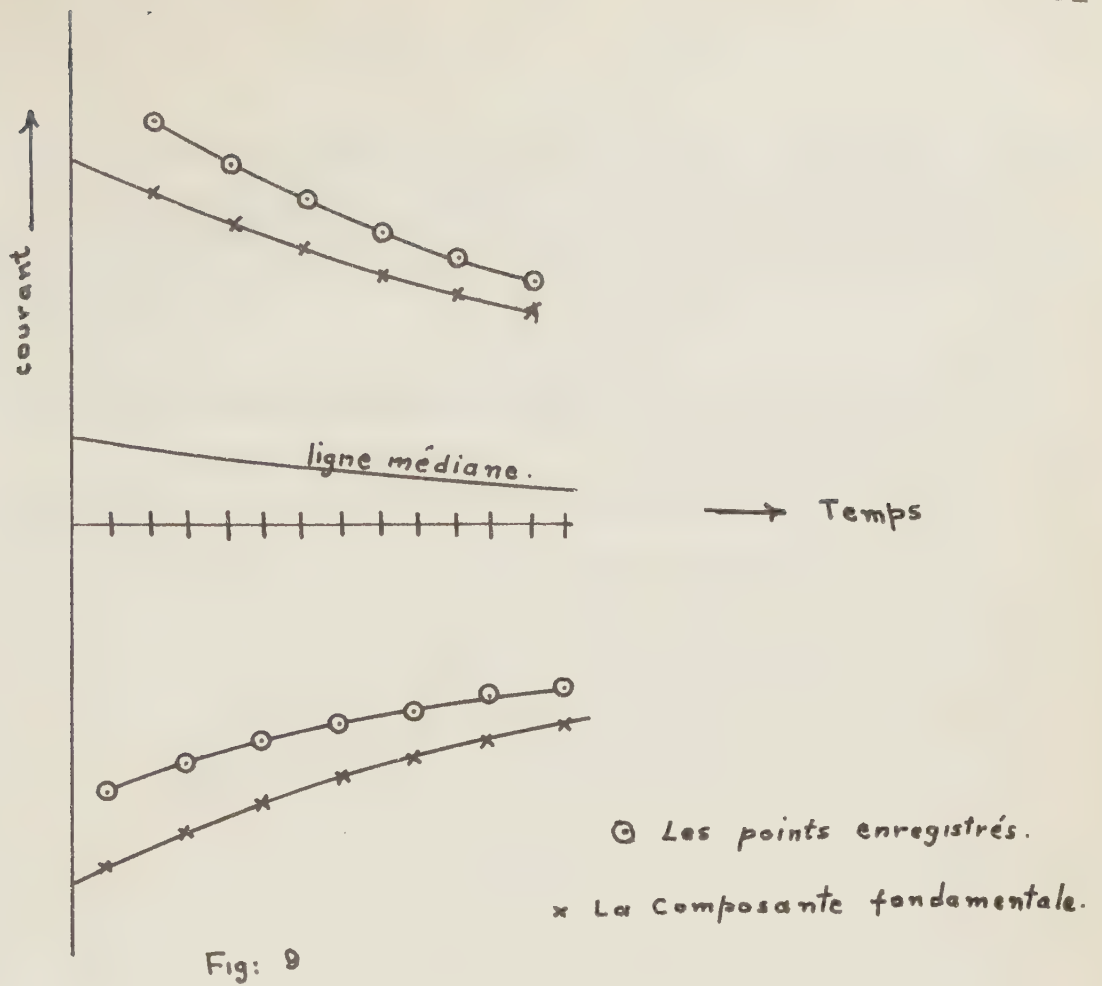
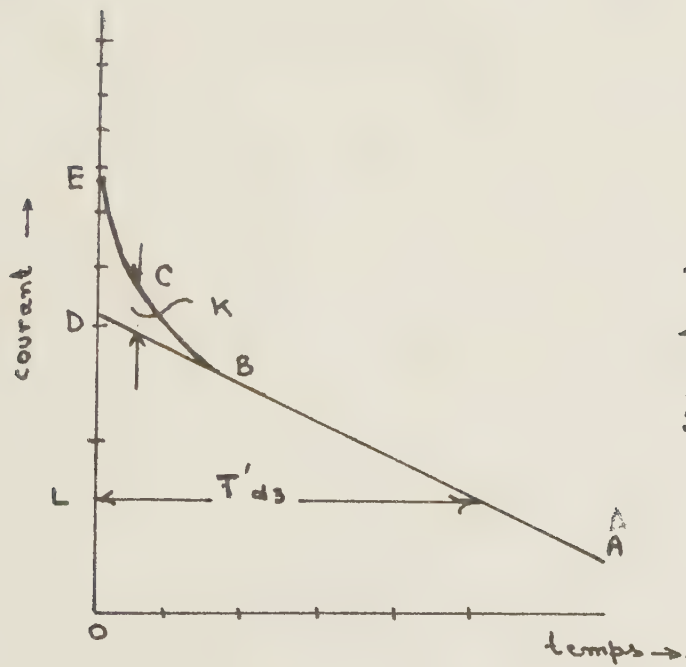
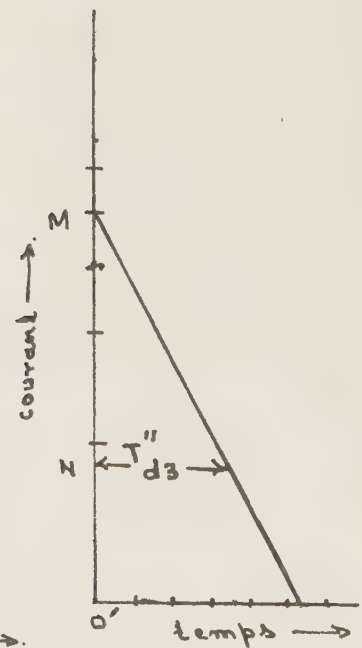


Fig: 9



$$\text{courant } OL = 0,368 \cdot OD$$

Fig: 10



$$\text{courant } O'N = 0,368 \cdot O'M.$$

Fig: 11.

Pour trouver la constante de temps transitoire, il suffit de mesurer le temps nécessaire pour que le courant transitoire atteigne 0,368 de sa valeur initiale (c'est-à-dire $t = 0$). Il en est de même pour la constante de temps subtransitoire.

Nous avons trouvé les valeurs suivantes :

$$x''_d = 5,6$$

$$T''_{d3} = 0,02 \text{ secondes}$$

$$x'_d = 9,45$$

$$T'_{d3} = 0,17 \text{ secondes.}$$

BIBLIOGRAPHIE

- 1) Synchronous machines by Charles CONCORDIA , John WILEY and Sons, inc. NEW-YORK - 1951.
 - 2) A. I. E. E. Test Code for Synchronous machines - 1945.
 - 3) Le "Microréseau" : modèle dynamique de Réseaux. Par M. R. ROBERT . Extrait du Bulletin de la Société Française des Electriciens - 7ème série - Tome IV - n° 38 (Février 1954).
 - 4) Power system angle measurements by F. MORAN (I. E. E. Paper n° 2598 M - April 1958 - part C. - pages 613-617).
-

Vu et approuvé

Nancy, le

Le Doyen de la Faculté des Sciences

M. ROUBAULT

Vu et approuvé

Nancy, le

Le Recteur

Président du Conseil de l'Université

M. IMBS

